教师基本功丛书·数学教师卷

◎主编 李兴贵

数学教育课题研究及论文撰写指导

ShuXueJiaoYu KeTiYanJiu Ji LunWen ZhuanXie ZhiDao

华东师范大学出版社

教师基本功丛书·数学教师卷

如何备好一堂数学课

如何上好一堂数学课

数学作业的设计与评价

数学学困生的转化

如何命数学题

数学试卷分析方法

数学教育课题研究及论文撰写指导

多媒体数学课件制作

ISBN 978-7-5617-7211-9

9 787561 772119 >

定价：13.00元

www.ecnupress.com.cn

教师基本功丛书

数学教师卷

数学教育

课题研究及论文撰写指导

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学教育课题研究及论文撰写指导/李兴贵主编. —上海:华东师范大学出版社,2009
(教师基本功丛书·数学教师卷)
ISBN 978-7-5617-7211-9

Ⅰ.数… Ⅱ.李… Ⅲ.数学课—教学研究—中小学
Ⅳ.G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第176977号

教师基本功丛书·数学教师卷
数学教育课题研究及论文撰写指导

主　　编　李兴贵
策划组稿　李文革
审读编辑　李文革
封面设计　黄惠敏

出版发行　华东师范大学出版社
社　　址　上海市中山北路3663号　邮编200062
电话总机　021-62450163转各部门　行政传真021-62572105
客服电话　021-62865537(兼传真)
门市(邮购)电话　021-62869887
门市地址　上海市中山北路3663号华东师范大学校内先锋路口
网　　址　www.ecnupress.com.cn

印 刷 者　华东师范大学印刷厂
开　　本　890×1240　32开
印　　张　6.75
字　　数　171千字
版　　次　2009年10月第一版
印　　次　2009年10月第一次
印　　数　3100
书　　号　ISBN 978-7-5617-7211-9/G·4169
定　　价　13.00元

出 版 人　朱杰人

前　言

现代教育活动不再是一种简单的劳动，而是一种不断探索、不断创新的教育过程。从这个意义上说，每一位教师既是施教者，又是探索者；既是劳动者，又是创新者。教师应该把教书育人当作事业去奋斗，当作科学去研究，当作生活去探索，当作艺术去追求。在教育学生的同时自身也获得专业上的发展与提高，只有这样，教师才能感受到职业的快乐。

随着教育改革的深入，特别是当前开展的第八次基础教育课程改革，使人们进一步认识到“教师是改革成败的关键”、“教师成为变革的动力是教育改革想做成任何事情的前提条件”。加强教师队伍建设，提升教师专业化水平，提高教师素质已成为人们的共识。

由此我们可以得出一个结论：提高教师的专业化水平是教师自身和教育活动的双重需求。而要实现这一目标则必须全面推行和深入开展教育科研。教师的科研素质是教师专业发展的重要支撑。教育科研是教育改革的先导，教育科研的生命在于为教育改革和实践服务。开展教育科研课题的研究，是深化教育改革、提高教育质量、探索教育新路、丰富教育科学理论和方法的重要途径。

教师要能得心应手地进行教育科学研究，需要具备三方面的素养：一是要有较好的教育理论素养，二是要掌握常用的教育科研方法，三是要有较强的科研论文写作能力。当前论述教育理论的书籍比较多，但介绍后两方面的书籍则不太多。同时广大教师已认识到教育科研的地位和作用，但很多教师想进行课题研究，却不知从何下手，如何进行，缺乏有关教育科研方法的知识和指导。为了帮助

广大数学教师较快地掌握教育科研方法，提高教育科研素养，更快地将自己丰富的教学经验上升到理论高度，我们编写了这本书，介绍常用的数学教育课题研究方法，以及如何撰写数学教育科研论文。希望广大数学教师能够喜欢，也希望更多的数学教师投入到课题研究中来，在数学教学实践中全面提升自身的素养，使自己成为适合时代需要的现代教师，推动和促进课程改革的顺利进行。

本书的读者对象主要定位于在职教师和数学教育专业的大学生，为其进行结合教学实践的教育科研工作提供通用的研究方法，帮助其开展研究工作，使其获得专业能力上的提高和发展。

本书分为两部分：第一部分主要介绍进行课题研究的方法，对课题研究选题、实施、科研方法等进行逐一阐述，同时附有如课题申请、开题报告、研究计划、中期总结、结题报告等课题研究应用文范例，便于教师自己进行课题研究时参考；第二部分主要介绍课题研究过程中以及完成后相应的科研成果如何总结和推广，以及各种类型教研论文的撰写方法，并附有大量供教师参考的范文。

全书注重实用性和普及性，力求深入浅出，通俗易懂，我们不追求理论上的准确阐述和界定，而把重点放在操作层面上进行介绍，并配上近几年较典型的数学教育科研案例，力图对教育科研实践起到指导作用。读者可以系统地阅读本书以求得完整的理解，也可以重点阅读某一章或某一实例，以满足自己研究工作的实际需要。

本书在编写过程中，吸收了许多专家的研究成果，也得到有关专家的大力支持和帮助，在此深表感谢。书中大量范文源自四川省普教科研资助金项目《中学数学阅读教学实验研究》课题等，在此我们向原创著者表示深切的敬意。由于时间仓促，本书难免存在不少缺陷，敬请专家学者及教师朋友批评指正。

编　者

2009 年 8 月

目　录

第一部分　数学教育课题研究

第二部分　数学教育论文撰写

Di Yi Bu Fen 第一部分

数学教育课题研究

第1章 数学教育课题研究概述

第1节 数学教育科研概述

一、什么是数学教育科学研究

数学教育科学研究指的是在教育理论的指导下，运用科学研究方法对数学教育教学过程中的现象与问题进行有意识、有目的、有计划的研究，从而揭示数学教育现象和客观规律的创造性研究活动。可以说数学教育科学研究就是观察数学教育现象，探索数学教育方法，总结数学教育规律，提炼数学教育理论，指导数学教育实践。

作为中小学教师的数学教育科研则应是以教师为主体，将数学教育教学实践过程中出现的或可能存在的问题作为课题，设计出解决方案，并逐个实施，进而解决问题，从而提高数学教育教学质量，更好地促进学生发展的创造性实践活动。

数学教育科研不是给一般教育学理论做注解，那是没有出路的；不是做初等数学"解题匠"、解题能手、奥赛教练，这充其量只是重复，没有创新。数学教育研究是发现数学教育的特殊规律，吸收一般教育学的成果，更要丰富一般教育学的成果。数学教育研究要讲"新话"，不能把别人已经说过的话作为成果。

二、数学教育科研的内容

一般来讲数学教育科研要探索的问题，可以分为两类：即数学教育事实和数学教育理论。前一类是探索“怎样教”的问题，如“选用什么样的数学教材”，“采用什么样的教学方法”等。后一类则是探索“什么是数学教育的问题”，如“数学教育的功能是什么”等。它们两者是相互联系的。欲得出数学教育问题的理论认识，必须研究数学教育事实，不依据数学教育事实就无法推出数学教育原理；另一方面，数学教育原理具有更高的价值，因为在数学教育科学研究的过程中，数学教育事实的存在意义即在于探索数学教育原理。由此可见，数学教育科学研究的过程，就是收集数学教育事实资料，科学地推出数学教育原理的过程。

数学教育科学研究的对象目前大致有三种观点：(1)数学教育科学研究的对象是人。这种说法包含着合理的成分，因为数学教育的所有工作都在于培养学生和塑造学生。但认真思考这种观点，就会发现这一说法不准确。如果数学教育研究的对象只局限于人的话，那么，数学教育研究的结果，只能向我们提供有关数学教育对象的知识，而不能提供关于数学教育的全貌。(2)数学教育科学研究的对象是数学教育现象及其规律。这一提法有两个明显的不足：一是数学教育现象的提法排斥了数学教育理论，而数学教育理论本身也是数学教育研究的重要对象；二是把数学教育规律作为研究对象不妥，因为发现数学教育规律是数学教育研究的直接目的，这种提法则是混淆了数学教育研究的目的和数学教育研究对象的界限。(3)数学教育科学研究的对象是数学教育存在。这种观点较全面、较准确地揭示了数学教育研究工作者所涉及的对象领域。这里需要明确的是，“数学教育存在”是指数学教育研究者所认识到或预见到的一切数学教育问题，而不是哲学意义上的“存在”。数学教育科学研究者研究理论形态的教育存在，旨在揭示数学教育的特征和本质，不断加深和完善对数学教育活动规律的认识；研究实践形态的

数学教育存在，旨在使数学教育工作者所进行的数学教育活动从“必然王国”走向“自由王国”，以提高教育工作者的工作成效，促进学生的健康成长。

三、数学教育科研的特点

1. 客观性

所谓客观性，是指在量化研究中，资料的搜集、分析以及对现象或问题的解释，不因研究者的不同而有差异。在质的研究中则指资料的搜集、分类、重组与解释的方法明确，并可以免除研究者个人物质的影响。

在概括数学教育研究的特征时，我们需要特别注意到的一点是，数学教育研究和自然科学研究并不完全相同。自然科学研究的对象为“物”，其研究可以控制诸多的干扰因素，或在实验室中进行。在这种情况下，如果需要，可以依照原来的计划重复进行研究，也比较可能得到相同的研究结果。但是数学教育研究的对象是具有主体性的“人”，“人”与“物”(包括动物)有着很大的不同，其“可控性”较差，研究中的干扰因素也不好排除，所以，数学教育研究过程中虽然资料搜集工作或可重复，但是研究的结果却不一定与以前所获相同。

由此可以看出，数学教育研究与其他社会科学研究一样，其“客观性”标准并不能等同于自然科学研究。

2. 实践性

数学教育科研的课题多半来源于实践，为了数学教育实践的需要而从事研究，而研究的成果必须对实践有指导意义。因此，数学教育科研要求应用性研究占较大比例，尤其是中小学教师进行数学教育科研更应主攻应用性研究，并且在研究中要追求可操作性，这样才能对数学教育实践起到指导作用，进而将研究成果在实践中加以推广。

3. 可控性

任何科学研究都有一定的控制性，如果研究中缺乏控制，不能

排除无关因素的干扰，研究者就无法确定事物或现象之间的相互关系。数学教育科研也不例外，对于研究中的自变量、因变量和无关变量，都应采取一定的控制，对于研究结果，要经过科学的定量和定性分析。当然也要注意与自然科学研究的区别，不能用一般评价自然科学研究的标准来评判数学教育科学研究。

例如，我们研究数学实验教材和原数学教材对学生学习数学的影响。分别在两个不同学校用不同教材教学，A 学校由甲教师在四年级 3 个班使用数学实验教材，B 学校由乙教师在四年级 3 个班使用原数学教材，一学期后教师各自出试卷，然后分别计算出使用两种教材的数学平均分数。这时，即使 A 学校四年级 3 个班的平均分数高，我们也不能由此得出两种数学教材的相对效果。我们说不清楚，是数学实验教材好，是 A 学校学生能力强，是 A 学校教师教得好，还是甲教师出的试卷容易。我们不能从结果中得到有效解释，这项研究就不是有效的。但是，如果在同一学校由同一位教师在学生的能力和数学基础相当的班级采用不同数学教材教学，最后用同样试卷测试，这时如果实验班平均分数高于对照班，我们就能解释，这是由于数学实验教材好，这个研究是有效的。

4. 实效性

中小学数学教育科学研究的实效性是指在数学教育科研的过程中，必须确保教育教学质量和效益的提高，在取得新的认识的同时，必须取得实际效果。否则课题就很难再进行下去。

5. 创新性

数学教育科研如果只是重复别人的劳动，就失去了意义。数学教育科研的创新可以反映在课题选择上，可以反映在研究内容上，可以反映在研究方法上，可以反映在研究成果上。这就要求研究者加强情报研究，了解有关领域的已有成果，把握研究动态，使自己站在研究领域的前沿，不重复别人的劳动，另一方面注意从新角度、新侧面，运用新方法、新手段去研究问题。

6. 综合性

数学教育科研的对象涉及面广，与诸多因素有关联。外部与政

治、经济、文化、数学等有十分广泛的联系，内部又受到教师、学生、教育目标、教学内容和方法等因素影响。所以，对数学教育现象需要从多方面去分析研究，不能就事论事。在教育研究和实验中，所得到的效果，不一定呈线性状态，可能是多因一果、多因多果等。因此在教育科研中要从整体出发，综合考虑各种因素的影响，并从多种因素的相互关系中去设计方案，从多角度采用多种方法综合进行研究。

7. 群众性

从课题研究的组织形式看，最早是以教师个体为单位的研究，即教师独自进行某些教育问题的研究，研究成果直接投寄学术刊物发表。由于数学教育现象的复杂性，个人力量有限，导致研究不能深入进行，因此逐渐发展到有一定研究兴趣和能力的教师组成课题组进行群体研究，但规模不大，一般十人左右。近几年，随着学校对教育科研的重视程度增加，又进一步发展到形成全校性大课题，人数也相应地扩大到几十人，甚至全校教师人人参与，有的更发展成为跨校跨地区的联合研究，其投入与影响达到了前所未有的程度。

第 2 节　数学教育课题研究的意义

数学教育课题研究的意义主要有以下几个方面：

1. 改善数学教育实践

中小学数学教育是基础教育，它在国民教育体系中占有重要地位。要为数学教育教学的新概念、新模式、新方式找到科学的依据，就必须通过科学研究来实现。作为中小学来讲，数学教育科研是学校教育发展的需要，是学校数学教育科学化的需要，是数学教育教学艺术化的需要。实践证明，教育质量与教学效率的提高，必须依赖教育科研，没有坚实的教育科研的支撑，任何教育都只能是低效的。

2. 推进数学教育理论的建设

在中小学进行数学教育科学研究的意义不仅在于揭示中小学的数学教育教学规律，更重要的是在于提炼一般的数学教育原理，推进数学教育理论的建设。科学的数学教育理论对数学教育改革和发展具有重要的指导作用，而科学的数学教育理论又来源于数学教育实践。数学教育科学研究正是数学教育实践上升为数学教育理论的必由之路。大量丰富的数学教育实践，正是通过数学教育科学研究才上升为数学教育理论的。可以说没有数学教育科研就没有数学教育理论的发展；要发展和完善数学教育理论，就必须进行数学教育科研。

3. 提高数学教师的素质

中小学数学教师素质的高低，直接关系到数学教育教学质量的高低。实践证明，在一个区域内，没有一支高素质的数学教师队伍，就不会有较高的数学教育教学质量。这就要求广大数学教师，必须在数学教育教学和数学教育科研的实践中来提高自己的综合素质。数学教师在数学教育科研中，首先可以接触最新的数学教育信息，始终处在数学教育的第一线，因此，对自身素质的提高是不言而喻的。其次，虽然数学教师的劳动是一种创造性劳动，但由于在表面上表现出年复一年日复一日的重复，容易滋生匠气和惰性，只有坚持科学理论的指导，保持探索的精神和意识，才能在平凡中体现不平凡，才能从自己的数学教育科研中发现自身的价值，进而激发起继续开拓的愿望。

4. 促进数学文化的传播和有利于实施素质教育

在中小学进行数学教育科学研究的意义还在于促进数学文化的传播和推进素质教育的全面实施。中小学数学教育的目的是传播数学文化、培养中小学生的基本数学素养，进而促进数学科学知识在社会中的普及，为加快数学学科本身的发展与建设做奠基性工作。因而，中小学数学教育需要学科、课程方面的理论研究把数学学科形态转化为数学教育形态；同时需要数学教育实践工作者的实

验、操作等实践性研究，在现有数学课程设置基础上创新数学教育理念和教育方式，创新数学课堂教学模式和方法，提高数学教与学的效益。数学教育科研有利于数学教育的不断推陈出新，有利于数学学科自身的革新与发展，有利于全面实施素质教育。

第 3 节　数学教育课题研究的过程

一般说来，数学教育课题研究要经过以下步骤：

一、确定研究课题

主要包括两方面工作：首先根据自己面临的主客观条件选择一个适合于自己的研究课题；然后对这一课题的必要性和可行性进行论证，确定课题。选题阶段要明确研究问题的性质和研究的范围框架，提出必要的研究假设，以及明确与研究问题有关的条件。

二、查阅文献资料，初步调查了解

查阅与本课题有关的重要文献，系统全面地了解他人的研究成果，借鉴他人的经验，了解他人研究中的不足和空白，从而进行新的有价值的研究。

除查阅文献外，还可以通过调查、访问及观察等手段对有关问题的实际情况进行初步了解，目的是对这一问题研究的价值及可能性进一步摸底，做到心中有数。

三、制订课题研究工作计划

良好的课题研究工作计划是确保课题研究顺利进行并取得成功的重要保证。在制订研究工作计划时应明确：所要研究的问题及其范围、要采用的研究方法、研究对象的抽样、研究程序的时间安排等等。研究工作计划并不是一成不变的。在实施研究的过程中，可

以对原计划进行修订完善。

四、搜集并整理资料

在研究中搜集资料愈全面准确，就愈容易得到正确结论。资料搜集不能是随意的，应有组织有计划地进行。根据研究方法的不同，获取资料的方式也不同，观察法通过观察获取资料，实验法通过控制变量和实验过程获取资料，测验法通过测验获取资料等等。对实际研究中所搜集到的大量事实和数据进行整理时，必须做到资料可靠、典型、系统。

五、分析研究

对搜集整理的资料做进一步的分析加工，包括分析资料、得出结论。分析资料，主要有定性分析和定量分析两种方法，其中定量分析可借助计算机软件进行。最后把分析研究的结果归纳成几条原理、原则或者作出判断。结论必须依据事实得出，切忌“可能”、“也许”之类不确定性的语句，否则失去了研究的价值。结论必须有理论的概括、分析，而不是对资料的简单粗浅的描述。

六、撰写课题研究报告

课题研究结束后要把科研的全过程以及所取得的成果用文字表述出来。研究报告可以因研究目的要求、研究形式、研究内容、研究方法的不同，而撰写成专著、学术论文、实验报告、经验总结、观察报告、调查研究报告等不同形式，本书第二部分将会作较为详细的介绍。

第2章 数学教育课题研究的课题选择

研究始于问题。随着人们认识的不断发展，数学教育过程中要解决的问题层出不穷，但并非所有问题都可以作为研究课题，就问题本身而言，有大小、主次、轻重、缓急之分，因此研究什么问题应是有选择的。选择课题就是按照一定的标准和条件，在可供选择的问题中确定所要研究的问题。

在数学教育课题研究中，课题的选择即是研究的起点。能否恰当地选择好课题是至关重要的工作。选题恰当与否，对能否顺利进行研究具有重要意义。课题一旦选定，整个研究的目的、意义、对象、范围、方法，以及可能的研究成果和成果的价值等，在某种程度上也就确定了。大量研究表明，课题选得好，研究往往事半功倍，能迅速取得成果。反之，课题选得不好，研究往往事倍功半，甚至半途而废。正如人们常说的：正确地选择课题往往是科研成功的一半。

第1节　数学教育研究课题的来源

数学教育研究课题的来源是十分广泛的，可概括为以下几个方面。

1. 从数学教育实践中寻找课题

这是我国当前数学教育科研最重要的选题来源。数学教育研究最迫切的任务就是要解决当前数学教育实际工作中亟待解决的

问题。选题方法有两种:一是要寻找丰富的教育教学经验事实之间的内在联系,揭示其内在规律性;二是从争论中发现问题。比如,如何大面积提高数学教学质量,农村中学数学教育现状、问题和对策等,就是可供选择的课题。

2. 从数学教育理论中演绎课题

现有的数学教育理论,是前人对教育实践和教育经验的概括和总结。当研究者具备了一定的水平,就可以从一些数学教育理论中推演出种种预测,这些新的预测,就成为可研究问题的重要来源,另一方面也可以从验证的角度入手提出课题。

3. 从数学课程建设中挖掘课题

新课程提倡教材的开放性,课程管理实行三级管理,为教师选题提供了广阔空间。教材如何贴近生活、贴近学生,如何进行校本课程的开发……只要稍加留心,就会挖掘出许多有价值的课题。如高初中数学衔接教材的建设和开发等,就是可供选择的课题。

4. 从日常数学课堂教学观察中发现课题

对中学生数学学习进行观察、思考,就某一个方面(或某一点)触发灵感,经过提炼而产生新的课题。如中学生数学创造能力结构的因素分析等,就是可供选择的课题。

5. 从不同学科之间的交叉点产生课题

在现代科学大综合发展的趋势下,各学科之间的交叉领域涌现出大量值得开拓的新问题。在学科的交叉处可能会产生一些空白区。我们可以从数学教育科学与哲学、人文科学、社会科学、自然科学等的渗透交叉中进行多向综合而产生课题。比如借鉴语文教育中的作文理论提出"数学作文"课题等,就是可供选择的课题。

6. 从当前国内外教育信息的分析总结中提出课题

包括对世界教育科学发展潮流及趋势的分析以及引进国外先进的教育思想和理论。如基于问题的学习(PBL)在数学教学中的应用等,就是可供选择的课题。

7. 从人际互动交流中获得课题

教师在与学生沟通中、与家长对话中、在集体备课中、在参加学术研讨会中，时时刻刻会有思想的碰撞、智慧的启迪、灵感的获得，这些均有可能成为课题的导火索。我们要善于从别人的心得中吸取智慧，从别人的思想中吸取营养。

8. 从科研规划或课题指南中选择课题

各级教育行政部门、教育科研机构、学术团体、教育期刊，为便于指导教育科研工作，往往根据社会发展及学科发展的需要，定期或不定期对教育科研的发展作出规划，推出教育科研课题指南。这些题目大都是目前我国教育界思考和探讨的重点或热点问题。如教育部每五年颁布一次规划课题指南，一些学术刊物则在《征稿启事》中提出选题要点，这些都可以作为我们选题的参考。

第2节　数学教育研究课题的类型

数学教育研究课题可以从不同角度分类，形成不同的系统。按照课题的大小可分为宏观课题、中观课题和微观课题。宏观课题是对数学教育系统大范围内的整体性研究，如素质教育；微观课题是对数学教育系统中某个单独因素进行的具体研究，如“数学教学中阅读能力的培养”；中观课题介于宏观和微观课题之间，以阶段性问题、局部问题为研究对象。按研究的层次可分为面上课题、重大课题和重点课题。面上课题面向大多数科研人员，它也称为自由申请课题；重大课题少而精，目标明确，有重大科研意义，对课题组织者和承担者要求非常高；重点课题针对学科发展和布局中最急需、最重要的问题和新学科新领域的增长点，为开展深入研究而设立。按研究的阶段可分为承续性课题、再生性课题、热门性课题、开拓性课题。承续性课题是进一步研究他人已经提出的问题；再生性课题是为了比较而研究他人曾经提出并完成过的课题；热门性课题是一旦

有人提出，就有许多人纷纷响应的课题；开拓性课题是研究从未有人涉足的对象领域的课题。

下面我们根据联合国教科文组织倡导的基本分类法将数学教育研究课题分为三类：基础性研究课题、应用性研究课题和开发性研究课题。

一、基础性研究课题

这类课题的研究以揭示教育规律和发展教育理论为目的，其成果一般表现为发现新领域、新规律，提出新学说、新理论、新观点。如"对数学教育功能的分析"就属于此类型。这种基础理论课题的研究，由于不是直接为了解决当前教育教学中急需解决的具体问题，它的应用价值也不能完全预见，对一线教师而言，属于"远水不解近渴"，同时这类研究往往需要查阅大量理论文献资料，一线教师也很难具备这种条件，因此中小学教师不宜选择这种类型的课题进行研究。

二、应用性研究课题

这类课题的研究以运用关于教育的基础理论知识，解决教育工作中的实际问题为目的。它着重考虑如何把教育科学的基础理论知识转化为教育技能、教育方法和手段，使教育科学理论知识同实际教育教学衔接起来，达到某种预定的实际目标。这种研究是对教育原理的尝试性应用，是联结教育理论和教育实际的承上启下的中间环节和桥梁，不仅有助于直接解决中小学教师面对的实际问题，提高教育教学质量，也有利于基础教育理论研究的深化与发展，为基础研究提供实践经验与材料。中小学数学教育科研中，大多数是这种类型的课题。

三、开发性研究课题

这类课题的研究以为基础研究和应用研究的成果开辟新的

应用途径，寻求更明确的具体技术的表现形式为目的，其成果一般表现为具有实施价值的规划、对策、方案、程序等，可直接应用于教育实践。例如，上海市青浦县顾泠沅数学教改小组进行的“大面积提高教学质量”研究成果的推广研究，就属于此类课题。从某种意义上说，开发研究就是将研究的成果与经验加以推广和普及。

第3节　数学教育研究课题的选择

课题选择的具体策略有：审时度势，根据社会需要，认清社会潮流，选择当前社会实践中迫切需要解决的问题；为证实他人或自己的某一观点选择相应课题；根据不同理论观点之争选择课题；通过对现有理论、观点进行质疑提出研究课题；查阅和评价已有研究文献选择课题，密切注意文献中被忽略的问题、研究结果中存在着相互矛盾的问题、方法上存在缺陷的问题、需要重复验证的问题，从课题的研究过程中产生新的问题；从新学科的发展中发现、移植、借用新观念、新思想、新方法，提出研究问题等。

一、数学教育课题研究选题的概念

所谓数学教育课题研究选题就是选定数学教育课题研究论题，即选择所要研究的数学教育问题。数学教育课题研究选题是数学教育研究的首要问题。

数学教育研究不外乎有两个问题，一个是研究什么，另一个是怎么研究。这两者一旦确定下来了，研究也就容易了。如果对研究什么都不知道，那么就无从研究了。

数学教育课题研究选题中的“题”字，实际上包含了三层意思：数学教育课题、论题和题目。课题、论题和题目这三个概念同属于一个学术问题，它们既有联系又有区别：

① 课题不同于论题，它的研究范围比论题大，通常是指重大的科研项目，在理科中常被称为某个研究领域或尖端领域；

② 论题又不同于题目，它的研究范围一般比数学教育题目要大，可以由多篇论文组成；

③ 题目则是指某一篇论文的标题，只代表着一篇论文的研究内容。

二、数学教育研究选题的原则

选题应遵循以下原则：需要性原则、可行性原则、科学性原则、创造性原则。

1. 需要性原则

这是选择研究课题的重要依据和出发点。就是指课题不是凭空想出来的，而是根据教育发展的需要而确定的，是大家共同关注而又搞不太清楚的问题。一般说来，需要包括两方面：一是指教育实践的需要，二是指教育理论完善的需要，尤为重要的是第一方面的需要。从实践需要来选择研究课题，不仅易使自己的研究得到社会的关注、重视和帮助，同时也会使研究成果直接产生社会效益。

2. 可行性原则

强调依据需要选择研究课题，并不是说不顾主客观条件。许多实践中亟待解决的课题，如高考制度改革，教师个人研究会有困难。主观条件包括研究者自己的理论修养、学识水平、研究能力等；客观条件包括研究需要的实验设备、经费、时间、环境、资料等。如果不具备完成课题的基本条件，选题再有意义也没有用。因此选择的研究课题不宜过大，课题目标不宜过于复杂。

3. 科学性原则

选题必须符合科学原理和教育规律，立论根据应合理。具体地说就是选题要以一定的事实为依据，使课题具有客观的现实基础；以教育科学基本原理为依据，使课题具有坚实的理论基础。所

选课题应力求具体、明确，研究的着力点，课题研究的对象、范围、内容乃至方法应尽量在课题设计中明确体现出来，不能空泛、笼统、模糊。

4. 创造性原则

课题应是数学教育改革与发展中的新问题或是旧问题的新生长点。除验证性的研究外，一般不应重复别人的研究课题。为此，研究者在选择课题过程中，应广泛深入地调查，了解要研究的课题是否有人已经研究，如有人研究，则要了解已取得了哪些成果。选题的创新性体现在具有时代特点或具有新内容或寻求新的角度构成新课题。

三、数学教育研究选题的过程

科学而新颖的课题的选定，实际上是经过了一个从产生研究动机到勾画出研究大致轮廓的过程，是对提出的初步研究假设进行不断检验的过程。其基本程序如下：

1. 形成假设

最初往往是在阅读、研究有关领域的文献中，如教育期刊、研究报告、教育论文索引、相关学科的重要期刊，或在教育教学实践过程中，受到某一点启发或看出了某一破绽，产生联想，从而形成一个初步的研究假设。

2. 了解情况

在假设的基础上，研究者带着这个粗泛的想法广泛查阅有关资料，了解前人在这方面的研究成果、研究方法以及问题目前被关注的程度。

3. 深入思考

反复深入思考这样一些问题：这个问题值不值得研究？如果值得研究又应怎样研究？自己能否有条件完成这项研究？

4. 确定课题

随着思考的深入，原来朦胧模糊的想法逐渐变得集中、清晰和

明确，不仅对此问题大致情况有一个总体把握，而且形成了如何进一步研究该问题的初步思路，这时就可以确定课题了。

四、数学教育研究选题的策略

选题的方法是灵活多样的，对不同的研究课题，研究的性质、方向不同，加上研究者本身的差异，因此选题方法无固定之规。一般主要策略有怀疑、换位思考和类比移植。

1. 怀疑法

我们要善于把数学教育实践中、阅读材料中、听课讨论中发现的疑点或不太明白的问题作为进一步研究的对象，寻根究底，弄个明白，这常常是发现课题的最好途径。怀疑必然会引起人们对事或物的重新审视，用批判的眼光从对立的角度逆向思维，会在原来以为没有问题的地方发现新问题。

2. 换位思考

旨在摆脱原有的思维定势，从不同的角度和层次来认识研究对象，另辟蹊径，对原有认识扩充和补充，以形成关于对象的新认识。中国有首古诗："横看成岭侧成峰，远近高低各不同；不识庐山真面目，只缘身在此山中。"因此我们说不是教学中没有科研课题，而是你没有去发现它们，只要你经常换位思考，你会发现有许多问题都值得重新研究。

3. 类比移植

他山之石，可以攻玉。在数学教育研究过程中，我们要善于发现不同学科研究对象与思维方法之间的联系，从事物之间的相似关系中受到启发，或借鉴其他学科的研究方法来研究数学教育过程，或将其他领域的原理、技术、方法、成果应用到数学教育研究中。在实际运用中，要注意两点：一是选择类比对象，二是进行类比推理。运用这种移植的方法来选题，需要研究者有较宽的知识面，并且善于在表面看来不甚相近的事物之间发现它们的相似之处，从而实现思维上的迁移。

五、数学教育研究选题的误区

1. 范围太大

选题过大必然宽泛空洞。有些老师总觉得题目越大意义越大，却不知题目太大，研究过程中难以聚焦，结果哪一点也深入不进去。如“中学生数学素质教育探讨”这一课题，研究范围太大，显得无从下手。

2. 难度太高

难度太高，脱离自己的实际知识和能力水平，即便付出巨大努力仍然无法实现，好高骛远，结果力不从心，导致半途而废。如“中学数学教育层次结构比较研究”这一课题，对一般中学数学教师来说，在现有条件下资料缺乏，课题研究难以进行。

六、课题论证

课题论证是对所选课题是否符合原则以及对研究课题提出的初步设想进行评价性研究的过程，对保证数学教育课题研究工作的顺利进行，提高研究质量等有着重要意义。

课题论证一般围绕以下几个方面进行：

1. 课题研究的目的、意义、内容和范围

分析课题研究的理论意义和实践价值，以及本课题的科学依据、应用前景和创新之处，确定有无研究的必要。

2. 国内外研究现状分析

了解国内外同类课题的研究现状、研究动态以及发展趋势，确定自己研究的主攻方向。

3. 完成课题研究的条件分析

分析完成课题的主观条件（课题组成员构成、已有的研究基础和学术成果）和客观条件（研究时间、经费、设备、环境），明确本项研究得以顺利完成的优势条件和存在的困难，确定有无完成课题研究的基本条件。

4. 作出对完成本项研究的估计

对研究可能取得的成果及成果形式作预测性估计。

论证报告须填写在申请书的相关栏目内。

七、数学教育研究的方法

做任何事情都有它的规律、方法和技巧，数学教育研究亦如此。用什么方法，从哪些方面来选择数学教育研究课题呢？

（1）选择数学教育理论研究中的空白。

（2）从不同的视角去研究同一个数学教育课题。

（3）对于重大的数学教育课题，采取由点到面的办法，先集中精力，打开一个缺口，然后逐步扩大研究领域。

（4）从自己已掌握的数学教育资源和自身的研究能力出发，量力而行，扬长避短，充分发挥自己的优势。

八、数学教育研究选题的方向

数学教育科学研究选题可以从以下五个领域去思考：**数学教育目标**：研究基础教育阶段培养的人才规格；**数学课程改革**：对课程设置及教学内容改革的研究；**数学学习心理**：对学生学习数学的规律和学习过程心理机制的研究；**教学理论与教学实践**：运用教育原理、教学原则和教学方法指导教学实践的研究；**数学教学评价**：对“学”与“教”效果的评价研究。

以上五个领域从宏观上基本上概括了数学教育选题的全部内容。其中，每一个领域还可以派生出不同的选题。

从数学学习心理学领域中可以派生出如下课题：①学生掌握论证过程的思维特点；②对学生运算能力的心理分析；③对学生空间想象能力的心理分析；④学生随机观念形成的心理分析；⑤学生数学学习兴趣与学习效果相关性的研究；⑥学生数学学习态度与学习成绩相关性研究；⑦数学学习动机与数学能力迁移的关系研究。

从运用教育、教学原理指导教学实践中可以提出以下课题：

①运用启发性教学原则,培养学生创新意识的研究;②数学开放式教学的实践研究;③数学教学中利用多媒体进行辅助教学的实践研究;④信息技术与中小学数学课程整合的研究;⑤数学研究性学习的理论与实践;⑥中小学数学教学中开展创新实践活动的研究。

从数学教学评价领域中可以提出以下课题:①中小学学生数学学习过程性评价的研究;②中小学学生数学学习成效评价;③中小学数学教师课堂教学成效评价;④档案袋评价在中小学数学教学中的应用;⑤中小学数学教学中多元评价方法的探索。

案例

“青浦经验”的[illegible]选择介绍

青浦县是上海大城市的边缘地区,过去长时期内经济文化比较落后,教育也不发达,20 世纪 60 年代后期开始又遭十年动乱的摧残,教学质量每况愈下。1977 年 10 月 20 日,我们以考查形式对青浦全县 4373 名中学毕业班学生的数学基础知识进行摸底了解,测试内容仅限于当时的中学数学 1 至 5 册教材,试题十分浅显。考查的结果:总平均成绩为 11.1 分,及格率仅为 2.8%,零分比率高达 23.5%。学生数学基础知识的贫乏,已到了令人难以置信的地步。数日后,我们从五所学校各抽调一个班级的试卷逐题分析,寻找质量低下的原因,从中发现:①运算能力低下,约有 2/3 的学生分数运算不熟练;②分析问题和解决问题的能力欠缺,不会解简单行程问题的学生占 4/5 以上;③基础知识掌握甚差,通常的概念检查题,全错率占 1/2 以上;④缺乏基本的逻辑思维能力,简单的几何论证题,无从着手的学生占 70%左右。这次数学摸底测试的结果震惊全县上下,并被上海市教育局领导视为十年动乱灾难性破坏的典型。

面对这付烂摊子,我们想到了变革。然而变革谈何容易!更何况变革究竟能否改变如此落后的面貌,在当时我们还无法预料。开始时,县内有一种看法,认为青浦教育基础差,师资力量弱,学生起

点低，要在教育上打翻身仗希望不大。持这种看法的人手头有实例，说话有依据。但这毕竟是一种无所作为的观点。另一种看法认为，目前要提高质量，只有抓住高年级的“尖子”学生，搞大运动量集中训练，才可能使教学质量有所改观。1977 年底，借助于数学竞赛活动，我们开展了“尖子”集训的试探，但是，由于缺乏广泛普及的基础，欲速而不达，最终效果平平。更为重要的是，仅抓少数“尖子”，势必要丢弃多数学生，这种顾此失彼的做法会使我们的工作本末倒置，这无论如何不应成为基础教育追求的目标。

十年动乱的惨痛教训，某些急功近利做法的相继失败，犹如醍醐灌顶，使我们悟出了一个道理：教育有其自身的规律，我们理应按其规律行事，抓起点、抓基础、抓关键，让所有学生都有效地学习，这才是大面积提高全县教学质量的必由之路。青浦的教育事业要振兴，教学质量要赶上上海市的平均水平，没有一点奋发向上的精神是办不到的。自那时起，我们多半是怀着自我鞭策的激情，蕴含着发奋的心愿，以“回到教育科学的规律上去”为宗旨，毅然走上了改革之路。

万事开头难。在教改实验的起始阶段，既不可能有一支像样的教育科研队伍，也不可能有系统完整的研究构想。当时采用的策略是“流动式”，在改革实践中我们的科研队伍像滚雪球一样从无到有、从小到大、从结构颇不理想到比较健全合理，逐步形成发展。至于研究的构想，也是解决一个问题再面对一个新问题，由表层向内部深入，而 1977 年的起点仅是一个现状调查的方案。随着全县教学方面存在问题的症结与脉络逐步清晰，随着教学经验的不断发掘，我们便刻意寻求一种最合适的研究方法，在问题与经验之间架起桥梁，让科学研究在改革实践中发挥特有的作用。1980 年前后，我们根据自身的工作特点，决定引入当时在国内还甚少采用的“行动研究”(action research)法，并通过注入新的机制，把它改造为实践筛选的研究方法。这一步是具有关键意义的。设立了这一方法，青浦实验方法体系的雏形基本构成，由此我们可以比较顺利地走完调

查—筛选—实验—传播的教改全过程。

这就是后来闻名全国的“青浦实验”从问题到课题的基本过程。这个过程可以概括为以下几个步骤:(1)对问题的全面了解及深刻提示;(2)寻找问题的主要症结及解决的思路;(3)由表及里逐步深入,使问题相对集中,在问题与经验之间架起桥梁;(4)选择合适的研究方法(行动研究),从数学教学突破,逐渐形成自己的实践筛选的研究方法体系;(5)逐步形成“调查—筛选—实验—传播”的青浦实验的完整系统。

(摘自顾泠沅:《教学实验论——青浦实验的方法学与教学原理研究》第3页,教育科学出版社,1994年)

从此案例可以看出,教育科研课题蕴涵于教育实践之中。无论采用何种方法选择的课题最终都扎根于教育实践。

第3章 数学教育课题研究的实施过程

第1节　数学教育课题研究的计划

一、根据课题类型，搞好研究设计

1. 应用性研究课题的设计

这类课题，重点是研究如何把教育科学的基础理论知识转化为教育技能、教育方法和手段，使教育科学知识同实际教育教学衔接起来，达到某种预定的实际目标。

课题特点：应用性、时代性、效益性和灵活性。

课题设计：要突出"应用"。

2. 经验研究性课题的设计

经验研究性课题分为一般性经验总结和科学性经验总结两个层次。

课题特点：在教育实践中进行的教育科研；具有预先提出的、十分明确的科研目的，工作目的与科研目的一致；有意识地运用教育科研的有关方法；依据科研思路，有计划、有步骤地进行；采用一定的方法，有意识、有目的地搜集资料，搜集的资料全面、完整等等。

课题设计：要突出通过经验总结得出理性认识和揭示规律的主题。

3. 实验性课题设计

实验性课题是在一定教育理论或假设指导下，通过实验探究变量关系揭示教育规律的活动。

课题要求：研究者必须有一个关于解决该问题的设想或初步的特征理论；用比较严密的研究程序组织研究，便于重复验证；预设实验条件，把变量明确区分，加以控制；对测量的事物规定操作定义。

课题设计：要突出“实验”的特点，充分体现实验要求。

二、怎样设计一个完整的研究方案

一个完整的研究方案大致包括以下几个方面的内容：

① 问题的提出。简要阐明选题的来源，对该选题的研究现状作概括性论证。

② 研究的理论基础和指导思想。对研究所依据的理论基础作必要的说明，对研究的指导思想和基本原则作简要说明。

③ 研究的对象和方法。说明被试的来源、分组的方式。

④ 自变量和因变量的操纵等。

⑤ 研究的具体步骤(研究的准备阶段、实施阶段、总结阶段)的时间表。

制订课题研究方案包括：准确表述研究问题和分解研究问题，将研究问题转换成假设，确定研究方法，安排研究计划及人员分工，课题研究的组织和协调等。

(一) 分解课题研究目标，抓准研究切入点

1. 确定研究目标。确定研究方向或研究主题、总体目标。研究目标可分为平行目标、层次目标和综合目标等。

2. 较大课题的研究目标要适当分解，以便建立子课题，进行分工操作。

例如，“调动初中学生数学学习兴趣的研究”课题的总目标是研究探寻调动初中学生学习数学的积极性的方法和途径，可以分解为：

(1) 调查初中学生数学学习的现状与存在的问题，研究相应的对策；

(2) 研究如何通过创设情景调动初中学生数学学习的积极性；

(3) 研究在课堂教学各个阶段如何调动初中学生数学学习的积极性；

(4) 研究在课堂教学中如何调动学习困难学生学习的积极性；

(5) 研究如何运用电化手段调动学生数学学习的积极性。

3. 选定研究切入点：一是从基础性的、容易的、关键性的问题中选定；二是从已经成功的经验中去寻找；三是从学校教育面临的实际问题中去寻找；四是从教育发展的趋势中去寻找；五是从教育科学理论中去寻找。

(二) 明确研究思路，确定研究方法

1. 理清研究思路。通过对研究问题进行正向分析、逆向分析和化归分析等方法，理清和形成研究思路。

2. 课题研究的基本方法。数学教育研究方法有主法和辅法。主法有观察法、调查法、文献资料法、教育实验法、经验总结法、比较研究法、个案研究法、行动研究法、反思研究法和质的研究法等等；辅法有统计法、测量法和问卷法等等。

3. 课题研究方法的使用与选择。不同类型(内容、条件)的研究课题有不同的研究方法，可以从不同角度、按照不同的标准选择研究方法。

一是以研究过程的阶段为标准，按阶段研究任务确定方法。

二是以研究对象的性质为标准，按研究对象确定方法。

三是以课题研究的延续性为标准，按延续方向确定方法。

四是以研究所采取的技术手段划分，选择不同的研究方法。

(三) 开展理论思维，提出研究假设

1. 积极开展理性思维。

2. 掌握研究假设的基本标准。研究假设应有 4 条标准：一是能说明两个或两个以上变量间的期望关系；二是研究者应有该假设是

否值得检验的明确理由；三是假设应是可检验的；四是假设应尽可能简洁明了。

3. 明确研究假设形成的基本步骤。研究假设形成的基本步骤是：(1)提炼问题；(2)寻求理论支持、形成初步假设；(3)推演出理论性陈述，使假设结构化；(4)形成基本观点；(5)对基本观点再提炼，形成假设的核心。

4. 明确研究假设形成的基本条件。研究假设形成的基本条件：(1)要以科学观察和经验归纳为基础；(2)要以科学的思想方法为指导，通过类比、归纳、演绎等方法，做出合乎逻辑的某种命题；(3)研究者要有丰富的知识、经验。

5. 明确研究假设表述的方式。研究假设的表述应该是有倾向性的，可以是肯定式或否定式，而且所举的变量与变量之间的关系应该能够操作、观察和验证。研究假设可分为描述性假设和解释性假设。

案例

四川省普教科研资助金项目《中学数学阅读教学实验研究》子课题

《数学阅读对于学生在解决初中数学信息问题方面的应用的研究》课题研究报告(节选)

成都七中育才学校　蒋光平　李　毅　姜向阳　陈开文　贺　莉

一、课题研究的背景

随着现代社会的不断发展，信息的传播直接影响着社会发展的各个方面，使得数学的研究领域、研究方式和应用范围等方面得到了空前的发展。数学与社会有着如此密切的联系，是社会公民素养不可或缺的重要部分，因此在为学生提供生活和工作中所需的数学的同时，还应使学生认识到现实生活中蕴涵着大量的数学信息，数学在现实生活中有着广泛的应用。在信息社会，对信息的处理能力是一个合格公民应该具有的基本素质，而培养学生在处理和解决有

关信息方面的问题是初中阶段数学教育的一项重要工作。

近几年来，伴随着社会的发展，数学信息方面的问题不断增多，学生的数学阅读能力显得尤为重要。数学阅读是学生数学学习必不可少的基础能力，是现代人十分重要的数学素养。而数学教育的根本目的就是提高学生的数学素养。数学阅读能通过阅读相关材料，领会、理解其中的数学知识、数学方法、数学思想，经历数学产生、发展、演绎、形成的过程，体验数学文化，欣赏数学美。数学阅读还有助于学生收集、整理、描述信息，解决问题，使学生在对数学知识理解的同时，在思维能力、情感态度与价值观等多方面得到发展。在新课程标准的理念下，课程内容和课程结构的改革与实施强调密切联系学生的生活和经验，加强课程与社会发展的联系，为学生的终身发展提供必备的基础知识、基本技能和良好的情感态度与价值观，以创新精神和实践能力为核心，重视发展学生收集、处理信息的能力，自主获取新知识的能力，分析解决问题的能力，交流与合作的能力。数学阅读可以帮助学生更好地探求客观世界的规律，是对现代社会中大量纷繁复杂的信息做出恰当选择与判断的必备条件，同时也是学生交流信息的一种重要途径。因此培养学生的数学阅读能力，以及收集、处理和解决有关信息问题的能力在我们的数学课堂教学中具有明显的现实意义。有鉴于此，我们结合成都市七中育才学校的实际和总课题的研究选择了该课题进行研究。

二、课题研究的目的

本课题研究主要是探求如何培养学生的阅读能力，数学语言转化能力，收集、处理和解决信息问题的能力，同时探求如何培养学生的数学实验探究能力和创新能力。而数学信息问题是一类“现实的、有意义的、富于挑战性的”问题，它有利于学生在各种信息问题的探究过程中，认识数学知识的“形成过程”；有利于学生进一步理解一个数学问题是怎样提出来的，一个数学概念是怎样形成的，一个数学结论是怎样获得和进行应用的，使学生认识到数学就来自我们身边的现实世界，是认识和理解我们生活和工作中所遇到问题的

有力武器；同时也使学生获得了数学探究的切身体验和能力。同时通过本课题的研究进一步转变教师的观念，提高教师的育人水平，并通过对学生数学阅读能力的培养，进一步培养学生自主学习和自主探究的能力。

三、课题研究的主要内容

课题《数学阅读对于学生在解决初中数学信息问题方面的应用的研究》的主要内容是：

（一）数学信息问题类型的研究

通过数学阅读了解数学信息问题。在大量的数学信息问题中，我们暂时分为以下几类：

1. 概念信息问题：是指在问题的探究过程中，提供一个背景鲜活、意境清新的情境，定义一个概念（或规定一种运算），通过阅读相关材料，提炼出解决问题的思路（或新观点），从而使问题得到解决的一类新型问题。

2. 材料信息问题：是通过阅读所提供的材料，理解基本内容，探索发现规律，然后进行计算或推理论证的一类问题。

3. 表格信息问题：是指问题中通过表格给出相关信息，通过阅读表格，筛选解决问题的信息，并经过推理计算解决的一类问题。

4. 图象信息问题：是指问题中通过图象给出相关信息，通过观察函数图象，从中筛选信息进行计算或推理论证解决的一类问题。

5. 图形组合信息问题：是指问题给出相关图形或图形的组合，通过观察图形特征，研究其性质，结合推理计算来解决的一类问题。

我们课题组对分类的科学性、合理性、规范性进行了系统的研究。

（二）数学阅读对解决信息问题的应用研究

1. 数学阅读教学方法研究。

2. 解决不同类型信息问题的数学阅读教学模式，包括方法、步骤。

3. 培养学生的数学阅读习惯、方法和数学阅读能力的研究。

4. 关于对数学阅读的评价研究。

5. 实施途径的研究。

四、课题研究的具体措施

（一）在课题的研究中，我们主要采取的

研究方法是：调查法、文献研究法、行动研究法。

研究方式是：文字、书籍、网上电子阅读。

研究形式是：自主阅读、合作阅读（生与生；师与生；师与师）。

研究成果的呈现方式是：课题报告、教师论文集、校本教材、学生小论文等。

（二）其具体措施是：

1. 通过问卷调查、数学组教师集体研讨，调查研究学生处理有关信息问题的现状并进行分析、研究、归类、梳理，确定研究的主要着眼点和方向。

2. 查阅有关方面的资料与信息，了解国内外对此研究的动态及成果。

3. 分工确定研究的目标、程序和成果呈现方式。

4. 注意收集和整理研究的资料和素材，并由专人管理。

5. 做好阶段性的总结及成果展示。

6. 加强本组老师的理论学习和组内老师之间的相互交流。通过课题研究提高老师的教研意识和教学教研水平。

7. 在课题的研究过程中，不定期邀请专家到校进行指导，为课题研究把关导航；同时本组老师也可经常到外校参观学习，学习其他课题组好的经验。

8. 全组老师群策群力共同投入到课题的研究中，大家献计献策，共同探究。

9. 组织老师根据研究的内容撰写有关数学阅读方面的心得、体会、实验报告、教案设计及与数学阅读有关的论文。

10. 组织学生收集相关素材，撰写适合学生情况的小论文。

11. 出版一册我们课题组老师自编的《新型数学信息问题集》作

为我校的校本教材。

五、课题研究的阶段步骤

第一阶段:2004 年 11 月—2005 年 3 月

成立《数学阅读对于学生在解决初中数学信息问题方面的作用的研究》课题组,对课题组主研人员进行理论培训;制定课题研究方案;进行课题前期的准备工作。

第二阶段:2005 年 3 月—2006 年 1 月

确定课题研究目标和研究小组,撰写开题报告,聘请专家指导人员,组织本课题的开题报告会。

第三阶段:2006 年 1 月—2006 年 12 月

调查研究,组织实施,收集研究资料,对课题研究过程、方法及出现的问题进行研讨,撰写与课题相关的论文、心得体会、实验报告,得出阶段性的实验成果。

第四阶段:2007 年 1 月—2008 年 6 月

整理课题资料,总结课题工作,完成课题总结报告,对实验的成果进行推广应用。

六、课题研究过程

经过课题组研究成员反复研究本课题后,我们按照以下的研究方案和步骤展开了研究。

第一组　研究主题:数学信息问题类型的研究。其完成的内容是:

1. 如何获取有用的信息(找有价值的信息)。

2. 研究问题中所涉及的数学知识、思想、方法。

3. 研究此类信息问题的作用、意义。

4. 研究此类信息问题的一般解决方法。

第二组　研究主题:数学阅读能力对解决信息问题所起作用的研究。其完成的任务是:

1. 通过课堂教学进行研究

(1) 如何在数学课堂上选择阅读材料解决信息问题。

(2) 所选阅读材料在数学课堂中所起的作用。

(3) 以案例形式交流、整理，提供书面材料。

(4) 要求案例具有现实性、时代性、新颖性、代表性。

2. 通过指导学生数学阅读进行研究

(1) 阅读内容分析；

(2) 阅读方式(个人，小组，集体，独立，开放)；

(3) 阅读成果收集与交流；

(4) 阅读能力形成(以典型案例的形式进行分析)。

第三组　研究主题：数学阅读能力对解决信息问题所起作用的研究。其完成的任务是：

1. 通过学生数学活动进行分析

(1) 活动内容研究。

(2) 活动方式研究。

(3) 活动成果交流。

(4) 阅读能力形成。

2. 通过指导学生自主学习进行研究

(1) 自主学习方法指导。

(2) 自主学习意识形成。

(3) 自主学习能力提高。

经过4年多对课题《数学阅读对于学生在解决初中数学信息问题方面的应用的研究》的实验研究，通过30多位数学教师在3个年级近3000名学生中开展该课题研究的教学实践探索活动，使学生在数学阅读方面普遍都有很大的进步，学生学习的方式、学习的意识、学习的能力都在逐步地发生变化。我们的课题研究在大家的共同努力下取得了实质性的效果。

七、课题研究成果

通过4年多的研究，我们在数学阅读课题的研究中取得了以下几个方面的成绩：

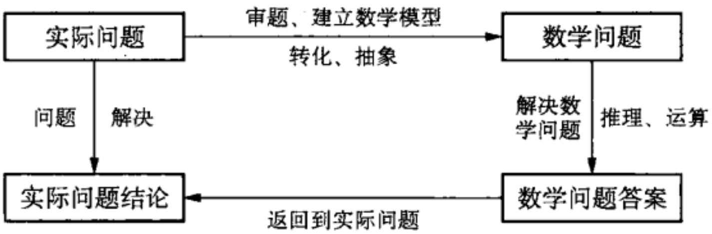
● 通过对课题的研究，我们课题组的全体教师在理论水平和业

务能力方面有了较大的提高。老师能积极参加课题的研究,从各个方面认真引导学生进行有效的数学阅读,教师精心备课,以精彩的教学内容来吸引学生,而且还主动深入到学生中去了解学生,发现问题和解决问题,注意不断加强自身的再学习。通过课题的研究,教师更重视数学阅读,更注重培养学生的数学阅读能力,教会学生找到解决这类问题的方法。通过我们研究的实践总结得出了解决数学信息问题的一般步骤:

解决数学信息问题就是在阅读材料、理解题意的基础上,把材料提供的信息问题转化成数学问题,建立相应的数学模型,再利用数学知识对数学模型进行分析、研究,得到数学答案,然后把数学答案再返回到实际问题中去,使题目提供的信息问题得到解决。

其一般步骤是:审题——建立数学模型——解决数学问题——返回实际问题。

解决数学信息问题一般步骤的结构如下图表示:



● 在课题的研究过程中,课题组有多位老师针对数学阅读上了研究课(其内容略)。

八、课题研究的反思(内容略)

1. 注重学生之间的均衡发展
2. 语文能力是数学学习的基础
3. 抓好数学基础知识,增强数学阅读理解能力
4. 增加学生生活经验

第 2 节　数学教育课题研究的实施

一、数学教育课题实施过程中应该遵循的原则

1. 无论学校，还是教师个人，在课题实施的时候，都应该遵循下面的几个原则：

①量力性原则：从学校的精力考虑，课题研究不可不做，但也不可多做，课题研究过程要尽力而为，量力而行。②针对性原则：从解决学校、教师、学生的实际问题考虑，课题研究内容要化繁为简，化虚为实。③实践性原则：课题研究一定要立足于实践，形成学校自身固有的特色。

一般来讲，要想做好一项课题研究，首要的任务就是选好题目，制定好研究方案，然后，就是如何去实施研究的问题了。

2. 数学教育课题实施阶段要做好三方面的工作：首先是数学教育课题实施过程中的组织与管理；其次是数学教育课题实施过程中活动的开展；第三是数学教育课题实施过程中材料的收集。

二、数学教育课题实施过程中开展的有关活动

数学教育课题实施过程的主要任务，就是根据课题方案和课题研究方法的要求，开展好各种研究活动。这些活动具体可以包括：理论学习活动、调查研究活动、反思总结交流活动、专题研讨活动、检查汇报活动、专题讲座辅导活动、学习考察活动等等。

1. 理论学习活动

课题研究之初，一定要组织课题组成员学习与课题相关的理论，对要研究的问题进行比较科学的认识，借鉴他人成功的经验，避免不必要的重复劳动。

2. 调查研究活动

调查研究活动是课题研究最基本的方法。

有很多课题，在实施过程中必须要进行调查。在调查前，一定要制定好调查提纲和设计好调查问卷，问卷要紧紧围绕调查所要反映的问题来设计，调查结束后，还要写出调查报告。

当然，也不是所有的课题都需要进行调查研究，应因课题而异。

3. 反思、总结、交流活动

有不少课题采用的是行动研究的方法。什么是行动研究呢？在实际工作中发现问题，把这个问题作为研究的问题；制定解决这个问题的行动计划（方案）；按照计划采取行动，并在行动过程中做记录、收集资料（做记录的目的，为的是确认我们制定的计划已经实现到了什么程度，实现了多少）；对有关材料进行整理、概括、总结（在这个环节，需要实验教师对自己的研究行为进行必要的反思）；对不合理的地方进行调整；调整后再实施；实施后再进行整理、概括、总结。这是一个循环反复的过程。在行动研究中，反思、总结是必不可少的环节。

其他的研究方法也需要不断地进行反思和总结。要反思、总结什么，这是最关键的。

课题研究中，研究人员要反思：

① 课题在实施过程中，是不是按照课题方案去做了？

② 方案中设计的具体目标、内容被实现了多少？

③ 方案是不是合理？

④ 在以后的实施过程中，还有哪些方面还需要调整和改进？

反思是在课题实施过程中的操作行为，可以起到总结经验、找出教训、回顾和诊断的作用。

此外，在个人反思、总结的基础上，还要进行集体交流，交流的目的是集思广益、群策群力、取长补短、互相提高。

4. 专题研讨活动

专题研讨是课题实施中层次比较高的研究活动。在研讨前，必须要做好充分的准备：确定好研究讨论的题目；要提前通知课题组成员，准备发言提纲或发言稿；为了保证研讨会的质量，课题主持人

应亲自审阅一下发言稿;要有一个中心发言人。中心发言人可以选择课题组中理论与实践研究水平最高的老师担任。在必要和可能的情况下,还可以邀请专家参加研讨会。

5. 备课、听课、评课活动

备课、上课、听课、评课,是常规教研活动不可缺少的环节。作为学科教学类课题研究,一定要把课题的研究思路渗透到教学的各个环节。

普通课与课题研究课的区别:

非课题研究的普通课,可以凭借上课教师、评课教师的个人经验和认识尽情发挥,仁者见仁,智者见智;而有研究课题的课,就要根据课题方案的设计要求,去备课、上课、听课、评课。

学科教学类课题,一定要把课题落实到课堂中去,转化成教师的教学行为,这样既解决了课题研究的课堂化问题,又解决了教学与科研两层皮的问题。

6. 检查、汇报活动

这主要是指课题主持人要定期(或按课题实施阶段或按学年)检查课题组成员所承担研究任务的完成情况,课题成员每学期或每学年要提交汇报材料。

7. 专题辅导讲座、学术报告活动

根据课题研究需要,或课题实施过程中遇到的一些问题,可以请专家、学者做专题辅导讲座或学术报告。

8. 学习、参观、考察活动

有条件的学校,应该组织课题组成员外出参加与课题有关的会议,以及学习、参观考察活动等。

以上这些活动不是说每项都必须要做,而是要根据课题研究的需要开展活动。只要开展了活动,就要有活动的记录。

三、数学教育课题实施过程中材料的收集

数学教育课题实施过程中的材料收集,是课题研究中一项非常

重要的工作。

数学教育课题实施过程中，要收集的材料具体包括：

1. 课题组会议材料、课题实施过程中开展各项活动的原始记录；

2. 对课题组成员进行培训的材料；

3. 课题实施中的调查提纲、调查问卷、调查报告，相关测试的数据等；

4. 课题组成员在研究中形成的研究论文；

5. 课题组成员的教育教学案例、反思总结材料；

6. 课题组成员上研究课的教学设计、说课及评课材料；

7. 参加有关课题会议、研讨会、阶段成果总结会上的会议介绍和发言材料等；

8. 专家报告、专题辅导材料等；

9. 与课题相关的音像、图片材料等；

10. 学生方面的相关材料，如活动设计、心得体会、学生成绩、才艺展示、竞赛获奖证书复印件等。

上述材料最初可以是原始的，没有经过加工、整理、提炼的。但随着课题研究的不断深入，尤其到研究的后期，需要对这些材料做进一步的加工、提炼，提炼后的材料才是我们最后结题要用的。

有些材料可以边收集边整理，如对各项会议、活动材料的处理，就是在原始记录的基础上，整理成会议纪要和活动纪要的；对于课题组成员个人形成的反思、总结、论文，可以整理成成果集等。

原始的、零散的材料，经过加工、提炼以后，就变成了具有综合性和概括性的材料。这样的材料，在写研究报告时，就可以直接使用了。

第 3 节　数学教育课题研究的评价

课题研究的评价，是指依据系统的评价标准，使用科学的测量

手段和方法，对一项课题研究从研究方案、研究方法、研究过程到研究结论的全面考核评估。

一、课题研究评价的功能

1. 管理功能

评价是管理必不可少的一环。管理的目标是否已经达到？到达的程度如何？只有通过评价才能作出判断。因此，缺少评价，任何管理都是不健全的。

2. 研究功能

评价本身是一种严肃的科学探讨。评价者必须使用科学的测量手段和方法，精心设计评价指标体系，对搜集的资料进行系统的科学分析。因此，评价本身就有极大的研究价值。

3. 激励功能

通过评价提供反馈信息，使被评价者了解自己的成功与不足。成功的经验可以总结、推广；不足的地方可以改进。这样，可以激励课题研究人员不断学习，不断进取，提高研究水平和研究质量，把课题研究坚持下去。

4. 鉴定和验收功能

通过评价对课题研究成果进行鉴定，对课题研究情况进行验收，为判断课题研究的质量、水平和效果服务，为课题研究申报成果服务。

二、课题研究评价的类型

可以从不同角度进行分类，我们按其功能分为三类。

1. 诊断性评价

课题开始之前，或进展到某一阶段之前进行的评价。主要是为了摸清课题研究的基础条件，对问题及其发展情况在价值上给予判断，发现问题，诊断原因，从而修订课题或阶段目标。

2. 形成性评价

是一种过程评价，是课题进程中所做的评价。目的是为了及时

了解动态过程的效果，及时反馈信息，发现研究中的问题，以便及时强化、及时调节，使课题研究方案和实施能在不断调控中及时完善，以顺利达到预期的研究目标。

3. 总结性评价

课题结束后，或一个重要阶段结束后进行的评价。旨在全面了解课题或某一重要阶段的整体进展情况，对照课题目标或阶段目标和指标体系，判断是否达到目标或预期的程度，鉴定研究成果。

三、课题研究评价的内容

课题研究评价的内容一般分为三个方面：

1. 课题研究方案的评价

课题研究方案的评价有以下几项内容：

（1）理论假设的评价

评价要点有：理论假设是否有依据，是否符合教育规律；创造性如何；理论假设如果验证后对教育理论和实践有何意义；理论假设的可操作性。

（2）课题阐述的评价

课题阐述是否清楚，在一定程度上将对方案的质量评价产生影响。所以方案设计要重视课题的阐述。课题阐述的评价要点有：课题名称，理论假设，研究目标、内容、计划等。阐述要脉络清楚，前后呼应，课题名称与研究内容、目标要一致；理论假设要体现课题研究的宗旨；目标是假设的具体化，表述需简明、具体，要与理论假设一致；为了达到目标，讲清变量关系（自变量的操作，因变量的测评，无关变量的控制）；内容与目标一致；研究内容、步骤和方法等切实可行，保证目标的实现。

（3）研究措施的评价

其评价要点有：与理论假设的一致性；研究措施的创造性如何；研究的内容、步骤和方法是否具体可行；无关变量控制的设计是否科学合理、具有可操作性。

2. 课题研究过程的评价

这一环节主要是通过访问、查阅有关资料来评价课题研究过程中各项工作的质量，主要内容有：

(1) 研究条件的评价

检查研究人员的奉献精神、知识结构和研究能力是否符合要求；检查研究经费和设备是否落实；检查研究外在环境是否适合。

(2) 研究进程的评价

检查研究进程是否与研究方案一致；无关变量的控制是否达到要求。

(3) 研究管理的评价

检查管理制度的实施情况，是否有研究计划、中期检查、年度小结；各项制度是否落实，做到有据可查。

3. 课题研究效果的评价

课题研究效果是评价的核心内容，包括理论贡献、实践意义、推广价值等项评价。

(1) 理论贡献的评价

是否提出有研究前景的新理论问题，对有关理论的发展、创新有较大应用价值；研究方法是否科学，有创新等。

(2) 实践意义的评价

检查学生素质的发展水平；检查研究人员(包括实验学校教师)水平的提高；是否有可供学习的具体经验。

(3) 推广价值的评价

研究成果推广价值的评价要点有：教育界乃至社会的认可程度；成果的可推广性；推广的效果反馈等，并应对成果的进一步推广提出指导性意见。

在整个评价过程中，应将方案评价、过程评价、效果评价综合起来考虑。如果方案好、质量好、效果好，课题研究的评价自然好；如果方案好、效果好、过程不清，则不能轻易下结论；如果方案好、效果不好，则要分析研究过程中有什么干扰：是大环境斩断课题生存条

件，还是非实验因素控制不好等。评价时，应区分是客观还是主观因素的干扰而影响效果，将方案评价、过程评价、效果评价综合起来考虑，有利于提高评价的效果，促进课题研究的发展。

四、课题研究评价的方法

课题研究评价的方法可分为定量评价法和定性评价法两大类。定量评价法包括经典数学方法、模糊数学方法等。定性评价法包括问卷法、面谈法、个案分析法、评定法等。我们可以针对课题研究涉及的教育现象的不同，而采用不同的评价方法。数学教育课题研究面对的教育现象有三种：

1. 数量确定的教育现象

如班级数、学生数、测验和考试成绩等，可采用经典数学方法评价。例如，对于测验、考试，通过设计试卷对评价对象进行测定，然后用教育统计、教育测量学等知识，对测量结果进行统计处理。有的测量结果不以评等、分值表示，而以教学目标的达标度、达标率来表示。

2. 数量不确定的教育现象

一些教育现象的外延是模糊的。例如一节课上得好不好？从量化角度看，其界限不明显，这可以采用模糊数学方法评价。

3. 无法用数量确定的教育现象

例如，学生的情感行为等。可采用定性评价方法，如问卷、面谈、个案分析法等进行评价，学生课堂上的态度属于情感领域的教学目标，其内隐的心理态度可用征答和观察的测量手段搜集资料，进行分析、评价。

五、课题研究评价的程序

课题研究评价的程序大体可分为准备、实施和结果处理三个阶段。

1. 准备阶段

准备阶段对于评价是必不可少的。准备的质量将直接影响评

价的质量。准备阶段主要任务是：

(1) 组织准备

成立专门的评价机构和聘请有关专家等。

(2) 确定评价目标

课题研究目标是课题评价目标确定的依据。评价目标须用一种可以测量的术语表述，表述须清楚、具体、客观。

(3) 建立评价指标体系

要测量课题研究是否达到预期目标，须将目标分解为具体的、可测的、操作化的具体指标项，并确定每项指标的权重。课题研究评价指标体系一般包括三级指标项。三级评价指标和每个指标项的权重以及评定等级，构成课题评价指标体系。为方便评价，评价指标体系一般以表格形式表示。

(4) 设计评价相关表格

做好评价用的各种表格，如课题鉴定申报表、成果一览表、各类数据表。

2. 实施阶段

这是评价的实际操作阶段，主要包括发出评价通知、熟悉课题组呈报材料、实地调查等。

(1) 发出评价通知和各类表格

发放评价通知和有关表格，通知课题组认真填写。

(2) 熟悉呈报材料

评价人员认真查阅被评价课题组呈报的材料，为实地评价作好准备。

(3) 实地调查

评价组到被评价课题组所在单位，按照评价指标体系和评价程序，采取参观、测试、听课、座谈、专访等多种方法了解情况，获取用于评价的信息，核实报告与论文的内容。

3. 结果处理阶段

评价组完成评价操作后，总体上对被评价单位作出关于其研究

工作的综合判断。这个阶段包括分析处理、综合判断、评价报告等步骤。

(1) 分析处理

对搜集的数据资料需进行统计处理;对于搜集的其他资料、证据、现象等综合评价内容,给出科学合理的分析,并在作出结论前送回被评价者,请其过目。

(2) 综合判断

综合判断就是从总体上对被评价课题系统地提出意见,必要时作出优良程度的区分,或是否达到目标的结论。

(3) 评价报告

在综合判断的基础上,专家充分讨论形成一致意见以后写出评价报告。评价报告包括以下几个部分:①封面。主要信息包括:被评价课题名称和负责人、评价者、评价日期等。②概要。主要是写清评价目的、内容、主要结论和意见。③评价有关背景。指研究课题的由来,研究目的、意义、目标,研究人员,与研究有关的学生和其他有关情况。④评价描述。主要包括评价目的、评价的设计、实施和结果处理等。⑤评价结果。主要是评价的结论和建议。

对评价报告的内容和写法应视研究课题的实际而定。评价报告须向被评价课题组公布,使其了解自己的成功与不足,有针对性地改进以后的研究工作;向当地教育行政部门报告,为他们决策提供依据;必要时可在一定范围内公布,供同行借鉴。

第 4 节　数学教育课题研究的结题

课题结题是指按照课题研究方案,经过一定时间的实践研究,达到预期目标,完成了预定的研究任务,对成果进行总结,并接受成果鉴定的过程。结题是数学教育课题研究工作的最后一个环节,也是整个研究过程中最重要的环节之一。

一、结题的意义

从课题管理角度讲，结题表示课题研究的结束，以正式的结题方式呈现研究取得的成果，表示课题管理部门与课题责任人双方约定的研究任务的达成。

认真、全面、高质量做好结题工作，对于进一步丰富教育科研成果，提升课题成果的价值，发挥课题成果的示范作用有着十分重要的意义。因为结题实际上是对数学教育课题研究的全程进行回顾、反思、整理和总结，所以，通过结题可以进一步提炼出研究成果的精华，提升课题的研究水平，取得高质量的研究成果。

同时，对于课题组成员来说，结题的过程也是进一步学习和思考的过程。

课题的研究成果一般是研究报告(含论文和专著)。研究报告不仅提供课题研究的结果，也包括描述和解释结果是如何获得的，并对研究结果获得方式的合理性做出解释和说明。

二、结题材料准备

结题材料准备就是在对课题研究过程中所生成的原始资料全面梳理后，去粗取精，进行有目的地组织与整合后形成一个整体性、综合性的材料。结题材料准备应突出课题研究的过程性、科学性、实践性、创新性。

实际操作中往往有一个观念上的误区，认为结题材料越多越好。其实，准备结题材料要力求精、简，通过工作总结报告简略描述整个研究组织工作，通过研究报告把最重要、最有创新、最有理论和实践价值的成果展现出来即可。详略得当、重点突出的结题材料也便于评审专家查阅。

结题材料一般包括下列几类：

1. 课题立项申请表与任务下达书

这是结题鉴定时确定课题是否按期保质保量完成的基本对照

标准。

2. 课题研究报告

课题研究报告一般是课题立项部门要求的结题必备材料，是科研课题结题的重中之重。研究报告要能集中、概括地反映整个课题研究所取得的最主要、最有价值的成果。关于课题研究报告的写法，我们将在后面详细阐述。

3. 附件

研究成果（专著、书籍、论文等）及有关辅助材料（课题组成员的获奖证书、实验学校教师的工作总结等）作为课题研究报告的附件，对研究报告中所提到的概括性成果进行补充说明和具体展示。另外，一些为研究结论提供依据的支撑材料，如原始的问卷、记录等，也可作为附件。

4. 研究工作总结报告

对整个课题研究工作的组织、计划的执行情况及经验与问题等做工作性总结，包括课题组人员组成和组织、经费分配与使用、课题的调整与变化、研究活动的开展等，侧重对课题研究的组织工作进行事务性总结，对研究过程进行简略的说明性介绍。

5. 结题申报表

课题研究人员要填写课题立项部门要求填写的结题申报表。课题鉴定专家组要在此申报表上填写结题意见，并最终下发结题证书，作为最终的结题依据。

另外，每类资料要编序号、写名称，同时要有目录清单。各种资料要真实可信，保持资料的原始状态，才能反映研究人员的工作足迹。

三、结题的方式

结题方式主要有以下形式：

1. 会议评审

由鉴定小组采用会议形式对课题成果作出评价的鉴定形式。

一般国家级、省级、市级以及校本研究的重点课题要求采用会议评审形式。

会议评审需要课题负责人做许多会议组织工作，成本高，投入大，但这种方式对课题组而言，收获最大。通过会议，课题组成员可以面对面与专家交流，能充分得到专家对课题研究设计、研究方法、研究过程、研究成果等方面的评价，有利于课题组进一步提升研究成果的理论与实践价值，为其进一步开发、推广、评奖做好充分的准备。

2. 通讯评审

通过通讯的方式将课题材料寄送给结题验收的每位专家，评审专家分别提出个人书面评审意见，再由评审组织单位根据 4/5 评审专家的意见确定课题是否通过评审。

这一方式成本较低，但课题组没有与同行专家面对面的交流，专家之间也没有交流机会，专家对课题研究的了解不一定全面充分，对课题所做的评审意见可能存在偏差。

四、结题报告的结构

课题基本完成以后，需要撰写结题报告。结题报告的写法没有固定的格式，但有大致的框架结构。课题结题报告不同于课题报告。课题报告侧重于研究成果的表述，而结题报告则侧重于回顾过程和评价成果。从应用写作的角度考察，课题结题报告可以分为标题、前言、正文、结尾和附件等 5 个部分：

1. 结题报告的标题：课题名称和文种——结题报告。

2. 结题报告的前言：简述课题概况，包括课题来源及级别、历时，对课题成果的总体评价。

3. 结题报告的正文：主要包括三个部分。

（1）课题的一般情况：阐述课题的背景；指明课题目标、研究思路及原则；说明研究历时及阶段，并分析各阶段的主要工作和特点。

（2）课题的研究成果：简要阐明本课题的基本观点及其逻辑联

系；着重揭示本课题的特色和创新之处；强调本课题与实践的关联性，乃至在实践工作中应用的阶段性成果。

（3）课题的评价意见：自我评价——根据国内外、所在地区和同类单位的理论研究和实际工作的现状，对本课题的地位给予正确的定位，并揭示本研究成果的作用及前景。

专家评价——综述专家对本课题的意见，并点明典型评语。

实践工作者的评价——如果本课题在实践中已有应用端倪，则可给出实践者的反馈意见。

4. 结题报告的结尾：对与本课题相关的问题，指出进一步探索的方向；对本课题的应用推广等问题，表明课题组需作出的努力。结尾的写作应酌情而定。

5. 结题报告的附件：列具课题组成员名单；附上课题研究过程中已发表的论文篇目，研究成果已被采纳或开始应用的佐证材料，致谢等其他材料。

上述结题报告，在课题鉴定会结束以后，可根据专家意见作适当的修改。然后经课题组长签署后存档。根据课题级别的高低、研究成果的大小、研究者认识的深浅，结题报告将各具特色，但其总体要求是反映全貌，突出重点。既需要突出研究成果的创新特色，更需要突出实践中已有效果的评述和将有效果的预测。

五、结题报告中常见的问题

1. 从研究进度看，有的缺少部分研究、探索过程的叙述性材料。比如外出考察报告、基本情况调研报告、验收申请书等。

2. 从课题结题总结看，有的基本情况部分概述不全；有些地方缺少应有的数据及过程；有的有一定成果，但缺少推广方面的材料。

3. 从结题报告看，主要有三方面问题：一是缺少引文或引文附录，看不出通过研究得出的创新理论以及该理论和支撑实验研究的理论有什么区别或联系；二是有的课题负责人把学校的常规教学活动作为课题的实验研究成果展示，给人一种勉强凑材料的感觉；三

是有的课题负责人把课题立项之前的成果当作课题立项后的实验研究成果。

4. 从研究结论看，大多数结题报告或论文都缺少理论上的升华，对材料及论文没有进行深入细致的研究与提炼，没有理论的提升，结题报告只见“材料”不见“观点”，苍白无力说服不了人，更不具有可操作性，不能推而广之。

六、撰写结题报告须注意的几点

1. 多参阅立项时所引的支撑理论和近年来国内外的有关新信息。

2. 仔细阅读课题立项时的研究进度计划，尽量搜齐各阶段的过程性探索、研究资料。

3. 重新审视整个实验研究过程，尤其是认真审视实验研究论文里的观点。

4. 整合所有研究资料，进行科学的归纳、演绎，尽量提炼出该课题的创新观点，而不是罗列“你有我有全都有”的普遍观点。

案例1

《现代教育技术与数学教学整合实验研究》课题结题资料准备

（一）总体展示

介绍课题研究概况（多媒体演示文稿）

（二）文档类

1. 课题申请书、立项批文、研究方案。

2. 阶段研究计划、总结和管理制度。

3. 研究成果。

（1）两个报告（研究报告、研究工作总结报告）。

（2）论文集。

（3）课堂教学设计方案集和课堂教学实录。

(4) 主要成果获奖、发表、交流的证明材料。

4. 课题组检测资料、问卷表、数据统计与分析、个案分析等。

5. 研究工作日志、活动记录。

6. 研究人员培训计划和执行情况。

(三) 物化成果

编制的数学教学软件、数学教学信息资源库和创建的数学学习专题网站。

案例 2

《初中数学教材阅读技巧的探究》课题结题报告

广元市市中区东城实验学校课题组

我们的数学教学还常常处于"教材是什么,我们就教什么"的层面上。新课标对学生的学习要求是从孩子终身发展的角度提出的,这就要求数学教师不但要引导学生学会教材上的知识,而且要学会学习,学会思考,学会阅读。让学生不再认为学习数学是脱离生活的一种纯符号的逻辑演绎,变怕学、厌学为喜欢学习。伟大艺术家罗丹曾说过:"生活中不是缺少美,而是缺少发现美的眼睛。"艺术如此,数学亦然。在数学教学中,我们不难发现有很多学生怕学数学,认为数学太抽象,不易理解。其实,生活中随处可见数学的影子,数学存在于我们生活的方方面面,但我们教师有时把数学与生活的天然联系割裂开来,使鲜活的数学异化成了纯粹的符号系统,成了游离于生活之外的另一抽象的世界。学生学习被动,教师讲什么就是什么,教什么就学什么,没有自主意识,没有自觉学习的愿望和行动。不会从其他的文献材料中去学习数学。

正是基于对这一现状的了解和研究,省教科所的李兴贵老师申报了"省普教职教科研资助金项目:《中学数学阅读教学实验研究》。这一课题的开展和将取得的成果,对于指导中学数学教学具有极其重要的作用和意义。也基于上述理解,我们学校与省课题组积极联

系，进行了全面的考虑和安排，学习相关文件，查阅文献资料，研究我校实情，成立了一个课题组，承研该课题的子课题：《初中数学教材阅读技巧的探究》。经充分酝酿及立项申报，确立课题名称，撰写课题申请评审书，完成了课题设计论证（开题报告）等准备工作。我校承研的这一子课题于2004年12月立项，进入研究阶段。

一、研究的背景（内容略）

1. 已有的研究为该课题的产生奠定了基础。

2. 该课题在课程改革的契机下应运而生。

3. 教材阅读是改变教师观念的需要。

4. 教材阅读是提高学生自主学习能力的需要。

二、课题的理论意义

在新一轮课程改革和素质教育的理念下，确立了研究的理论基础。目前的初中生在小学阶段学的是旧教材，过多地依赖老师讲，现在上了初中难以适应新教材的自主探究式学习。因为这种学习方式首先要认真阅读教材，在理解了教材字面意思的基础上，才能进行一步一步地探究学习。可是，我们通过调查发现，我校学生在数学教材阅读方面的习惯和能力令人担忧。为此，根据建构主义理论，确立了研究的内容，以期实现"人人学有价值的数学；人人都能获得必需的数学；不同的人在数学上得到不同的发展"的"以学生发展为本"的价值观。建构主义认为，学习并非学生对于教师所授予知识的被动接受，而是以其自身已有的知识和经验为基础的主动建构。按照建构主义的观点，学习是学生依据其已有的知识经验所进行的主动建构过程，各个学生因其个人经历与社会环境的不同必然有着不同的知识和经验，因此，不同的学生可以通过阅读相同的教材，即使经历不同的探究过程，也能获取相同的知识。

三、研究的目的

该课题研究的目的是为了适应课程改革的需要，培养初中生阅读数学教材的能力与习惯，改变教师的教育观念和教育教学方法，使学生自主探究、合作交流得以实现，培养学生个性化的学习习惯，

促进教师人性化的教育教学理念的发展，从而提高教与学的最佳效益，使素质教育和新课程改革的目标在初中阶段的数学学习过程中充分落实。

(1) 从重视课本学习的角度看，课本是学生在学校获取知识的主要途径，培养初中生阅读数学课本的技巧，培养学生的数学自学能力，让学生感受数学学习的乐趣。

(2) 从素质教育的角度看，培养学生阅读数学教材的技巧，使学生养成良好的学习习惯，增强学生"终身学习"的能力。叶圣陶认为，"我们在学校里受教育，目的在养成习惯，增强能力。我们离开了学校，仍然要从多方面受教育，并且要自我教育，其目的还是在养成习惯，增强能力。"

(3) 从数学教育改革的角度看，针对学生在第三学段中数学学习方面存在的问题，尤其是阅读教材的能力、习惯与技巧显得非常不足，研究如何培养学生阅读初中数学教材的技巧。

(4) 从初中生身心发展的角度看，探索学生数学阅读的心理特点及指导策略，以便实现因材施教，突出个性发展。

四、研究的内容

本课题研究的主要内容是培养初中生阅读数学教材的技巧，具体从以下几方面进行：

(1) 章前图及引言的阅读技巧。教材中各章开始都配有章前图及引言，其内容丰富，作用各异。大多数是提出具有挑战性的问题，起到激发学习兴趣、增强求知欲的作用。

(2) 图形的阅读技巧。教材中充满了形形色色、作用各异的实物图、抽象图，以及几何图形。图形是激发学生直觉思维的源泉，是文字语言和符号语言的直观化。

(3) 应用题的阅读技巧。数学学习的目的之一就是应用，应用题的形式和内容占有较大篇幅。现行的教材几乎每一个知识点都是由于应用而产生，围绕应用而教学。

(4) 公式、法则、公理、定理的阅读技巧。公式、法则、公理、定理

等内容，是数学的理论支撑点，是体现数学严谨性的重要内容。

（5）章末小结的阅读技巧。各章末都有一个小结，它既强调重难点，又揭示数学的思想方法，能让学生整体建构知识要点，对全章起到画龙点睛的作用。

五、研究的价值

初中阶段是学生生理与心理发展较快的时期，也是形成各种习惯的重要时期。初中数学教学应该强调阅读数学教材的能力、习惯与技巧的培养，启发学生自己在知识的宝库中去选择、体验、思索、追求，自己动手、动脑去分析和解决问题，实现自主学习。下面从三方面简述该课题研究的价值：

（1）本课题在创新程度上的价值。本课题是省级课题《中学数学阅读教学实验研究》的子课题，它在初中生阅读数学教材的能力、习惯与技巧方面作专题研究，在阅读数学教材的过程中发展学生的创造性思维。

（2）本课题在教改意义上的价值。在初中阶段进行数学教材阅读的技巧培养，符合"个性发展，自主学习"的现代教育理念。数学阅读不仅能促进学生数学语言水平的发展，而且能促进学生认知水平的发展和提高，有助于学生自学能力、探究能力的培养，有助于学生掌握数学学习的方法，养成良好的学习习惯，为"终身学习"打下坚实的基础。

（3）本课题的应用价值。数学阅读是学好数学的基础，数学教材阅读的技巧是学好数学的关键。重视数学教材阅读技巧的培养，不仅仅是为了阅读数学教材，更重要的是实现个性化学习，进而改变学生的数学学习态度，优化数学学习的过程，提高学生的数学学习能力，促进学生综合能力的发展。

六、研究的方法

1. 调查分析。通过调查，摸清学生数学阅读特别是数学教材阅读的现状，以便有针对性地进行研究。

2. 行动研究。在一定的理论指导下，进行新教材阅读技巧的探

索研究，通过不断实验研究总结，提炼出学生进行教材阅读的方法技巧，并运用于日常的教学实践中。

3. 文献研究。学习国内外有关阅读教学特别是数学阅读的理论和教改经验，结合自己的教学体会，建构初中数学教材阅读技巧的方式、方法和理论。

4. 对比分析。随时进行实验班和对比班之间、不同学生个体之间的对比分析，从事实和数据中得出相关的结论。

5. 案例分析。在研究中通过课例研究、个案分析总结出具有普遍意义的共性、方法与技巧。

七、研究的步骤

1. 第一阶段(2004 年 11 月至 12 月)：成立课题组，撰写课题申报材料及实施方案。

(1) 课题组的成员：

顾问人员：李兴贵(四川省教育科学研究所)

主管人员：冯颖超(特级教师、东城实验校副校长、大东英才校法人代表)(2005 年 3 月将主管人员调整为分管教研室的副校长胡朝炳)

主研人员：

柳咏梅(市教科所数学教研员、市中数专委会秘书长)

胡朝炳(东城实验校副校长、市中数专委会副秘书长)

姜国蓉(东城实验校副校长)

参研教师：

袁云、石建平、何琼、赵生强、程子宽、王德政、任开明、何雪梅、汪永建、张德春、周兴兰、李志红、王秀钊、权华中、杨永平、黄晓莉、伍枫、王德强、唐志俊(当初确定为一个年级的数学教师，后考虑课题研究对教学的理论意义和在教学中的实际需要，将参研人员定为全体数学教师)

(2) 撰写课题申报材料及实施方案：胡朝炳、石建平

2. 第二阶段(2005 年 1 月至 4 月)：调查分析，启动课题，完成开题。

① 编制调查问卷：胡朝炳、石建平、赵生强。

② 进行问卷调查：全体参研教师。

③ 撰写问卷调查分析报告：赵生强。

3. 第三阶段(2005 年 5 月至 12 月)：研究、实验，形成一些成果。

4. 第四阶段(2006 年 1 月至 12 月)：研究、归纳、总结、申报成果，接受总课题组的验收结题。

5. 第五阶段(2006 年 12 月以后)：巩固研究成果，找出存在的问题，进一步在理论和实践方面进行完善，并进行应用推广。

八、研究的效益

在长期的应试教育影响下，初中数学教学始终跳不出茫茫题海，在新课程改革的浪潮中，有不少老师和教育工作者都试图想改变它。我们这个课题研究，将会使学生认识到数学阅读的重要性，增强数学学习能力，提高数学学习成绩，将会在教育教学改革中产生良好的社会效益。

(1) 在课改方面预期的效益：在初中数学教学中贯彻落实素质教育的思想，让教师的教学行为、学生的学习方式都跟上课程改革的步伐。

(2) 在学生方面预期的效益：学生在掌握数学教材阅读技巧的同时，获得数学阅读能力的发展，形成良好的数学学习习惯，实现数学素质的提高，奠定进一步学习的坚实基础。此外，让学生感受到阅读不是语文的专利，数学也需要阅读，从而激发初中生数学学习的兴趣。

(3) 在教师方面预期的效益：推动初中数学教师专业知识、业务水平不断提高，加快教师转变教育观念、改变教学方式的进程。

九、研究成果及与预期目标的差距

1. 过程：

研究的过程基本上按照预定进行，同时根据学校工作特点及学校分管领导的分工变动，对课题的领导人员、主研人员及参研人员及时作了调整。

2. 研究目标：

课题研究基本达到了预期的目标。预期的目标中，章前图及引言的研究比较薄弱，没有形成系统的经验文章。在应用题、公式法则、定理、章末小结等内容的阅读方面，做得比较细。在学习方法的指导方面，有理论上的支撑点，也有具体的经验总结。

3. 成果：

(1) 理论方面：通过该课题的研究，我们初步探索出城区初中生在数学教材阅读方面的心理品质、方法技巧的基本规律，并能从理论上进行理解和认识。

(2) 实践方面：培养了学生阅读数学教材的情感；探索出初中生阅读数学教材的方法；总结了引导初中生阅读数学教材的技巧等。

十、研究后的一些反思

1. 学生数学阅读能力和品质的培养，是一项长期的大工程，不是一个课题期内能解决的事，要真正地让数学阅读对学生的终身学习产生影响，必须有更多的教师参与，且持之以恒。教师应将学生阅读能力的培养作为自己教学的一个重要环节，每节课内学生阅读的时间虽随内容不同而不定，但不能少于5分钟。

2. 学生亲近教辅资料，远离数学教材的做法，与教师急功近利得高分的想法有关，也与家长、社会的不当要求有关。因此，要让学生养成良好的阅读习惯，并不只是学校和教师单方面的事情。

3. 除教材外，能培养学生阅读兴趣，增长学生数学知识的课外读物少，学生被教师激起的阅读兴趣不能得到强化而形成一种需要。

4. 总体上讲，学生仍然感到学习时间紧，任务重，听讲和做题是学习的主旋律，能自主安排学习的时间少。

5. 学习品质是一种综合品质，贯穿于学生成长的整个过程，也融于各个学科中。所以，数学教材阅读课题研究的真正目的在于从这一学科的特点出发，找到一个切入点，让学生养成阅读的习惯，从而形成良好的学习习惯，成为一个会学习和爱学习的人。

第 5 节　数学教育课题研究的管理

每个课题研究的过程都必须纳入管理的范围。针对每个环节都要进行规范管理，否则课题的研究水平与研究质量就很难有所提高。

学校对课题研究的管理层次有两个：学校领导及教科室对课题研究工作的组织与管理；课题负责人对课题的组织与管理。

一、学校行政对课题研究的管理

从学校教育科研课题研究的全过程来看，可以将课题管理划分为前期管理、中期管理和后期管理。

1. 前期管理

前期管理包括选题阶段的管理和开题阶段的管理。

(1) 选题阶段的管理

一般上级教育科研部门会定期发布"教育研究规划"，这时学校教科室应该认真研究"选题指南"，做好校情分析，主动提出一些备选课题供学校教师参考。应对每个备选课题的研究价值、研究内容、所需条件和可行性进行论证，并广泛征求校内外人士的意见，最后选出相对较好的课题进行申报。

除申请上级部门的课题外，还可申报校级课题，做法基本同上，但可以适当降低要求，以"实用可行"为原则。

学校选题立项工作的一般步骤如下：

① 学校公布研究的重点方向和基本要求，下发《课题申报表》；

② 教师根据自身情况填写《课题申报表》；

③ 学校组成评审组对申报的课题进行论证；

④ 学校公布通过论证的课题，为其建立研究档案，开始全过程管理。

（2）开题阶段的管理

如果申报课题获得了立项批准，就进入开题阶段了。这期间的管理包括以下几项工作：

① 根据专家对课题的评审意见，修订课题原定研究内容和计划；

② 在课题申请书的基础上，对课题进行重新论证。在此基础上写出详细的课题研究方案；

③ 在课题研究方案的基础上，编制课题研究计划，规定课题研究的具体步骤、实施途径、保障措施等，形成课题实施方案；

④ 召开开题报告会。开题报告会是课题组成员对研究方案和实施方案再次进行论证和全面审视的研讨会，通过研讨进一步明确今后的研究内容和方法。

2. 中期管理

中期管理是保证课题研究工作取得良好效果的关键。中期管理的主要任务有以下几点：

（1）中期论证

目的是结合研究的现状，在课题原设计的基础上进一步完善论证。其任务是回顾课题研究进展，研讨问题，以克服面临的困难。

（2）计划管理

主要检查课题研究是否按计划进行，以促进课题的深入研究，对出现的问题进行矫治调节。同时在研究的每一阶段或者每一学期，课题组成员都要写出阶段总结报告。这是保证课题有序进行并取得预期成果的重要步骤。

（3）档案管理

档案管理是指将研究活动中的一切有用的信息资料进行搜集整理，分类保存。这是一件细致的工作，主要应由课题组完成，学校教科室和上级研究管理部门应对此提出规范要求，并进行必要的检查。一般要建立计划性、基础性、过程性、专题性、效果性、总结性六类资料。

3. **后期管理**

(1) 结题阶段的管理

这一阶段要加强三方面的管理:

① 整理研究资料,完成研究成果;

② 对课题组织结题评审;

③ 对成果进行表彰奖励和推广。

(2) 研究成果的推广

学校要立足本校的实际需要,选择移植优秀的研究成果。对自己已有的研究成果,应进行深化研究,提出进一步研究的方向,对成果再提炼、再加工,为提高教育质量服务,使研究成果实现最大的效益。

二、课题负责人对课题研究的管理

课题主持人对课题的管理,关键是建立课题责任制。学校教育科研的具体组织形式就是课题组。每个科研课题项目,一般都是由课题组集体实施完成的。课题组的成员每个人都应该承担具体的研究任务。每项研究课题都有课题主持人(这个课题主持人也就是课题组组长)。课题主持人是课题方案的设计者,课题实施的组织者、管理者,还是课题研究过程的指导者、监督者。一项课题研究,能不能顺利完成,课题主持人在其中起着非常重要的作用。

课题组内部的管理可从以下六方面进行:

1. **抓计划**

这是课题确立后首先完成的工作。不仅要有课题研究的总体计划,还要制订出分阶段的具体操作计划;不仅要形成计划,更要落实计划。

2. **抓学习**

认真组织好课题组成员的理论学习和业务学习。通过学习,明确方向,更新观念,坚定研究信心,使课题组成员的能力水平能跟上课题研究的发展。

3. **抓实施**

课题研究是一个探索求知、发展认识的过程。因此在实施过程

中，必须坚持实事求是、严谨刻苦的科学态度，反复实践和检验，去探索教育规律。

4. 抓调节

课题研究特别是教育实验，是一个含有诸多变量的复杂过程，需要不断进行自我调节：修正研究方案，调整研究措施，变更操作程序，调节研究进度，协调各方关系，以保证课题研究能顺利进行下去。

5. 抓资料

及时搜集与课题有关的外部资料和本课题研究中产生的原始资料，并用科学的方法加以处理。数据处理时注意定量分析与定性分析相结合。

6. 抓总结

一是要抓总结过程中的理性思维，通过分析、综合、归纳、抽象，深入到事物的本质；二是要抓撰写研究报告和论文的规范。

第4章 数学教育课题研究的研究方法

数学教育课题研究方法，指的是在数学教育课题研究过程中用于选择研究对象，获得研究数据和资料，把握研究现象，得出研究结果，演绎研究结论的理论、设计与操作方面的要领和程序规范。

在数学教育课题研究的方向、目的、任务都明确的前提下，课题研究方法的科学性、创造性与正确使用是取得研究成果的前提。不管课题设计多么周密，多么有价值，如果缺乏科学的、符合课题特点的研究方法，那么要达到预期的设想就成为一句空话。因此，在课题研究中，完成对方法的思考、选择，是研究人员的一项重要任务。

本章将详细介绍实验研究法、调查研究法、案例研究法等中小学数学教育课题研究常用的方法，对其余方法也将作简略介绍，重点叙述各种具体研究方法的含义、基本程序及操作要点、内涵、功能和适用范围，以帮助读者提高课题研究的操作水平。在实际课题研究中，要根据课题研究的目的任务选择研究方法，同时需注意几种研究方法的配合使用。

第1节　调查研究法

调查法是以一个教育问题为研究对象，通过问卷、访问、测验等调查手段获得事实材料，然后整理和分析，总结规律得出研究结论的方法。

一、调查研究法的步骤

1. 确定调查课题

确定调查课题就是把要调查的东西由模糊变为清晰，并具有可操作性（能够进行调查）的过程。

做调查不能漫无目的，必须时刻明确“要想实证什么?”。比如我们想研究学生数学学业负担的问题，则可以采用不同的方法从不同的视角去进行研究。如果想研究目前学生的数学学业负担问题，可以对学生的数学学业负担水平进行测查，从而了解问题出在哪里？如何解决？那么课题就是“学生数学学业负担的现状调查”。如果想研究学生数学学业负担与学习方法、学习效果的关系等，课题就是“学生数学学业负担与学习方法、学习效果关系的研究”。

2. 选定调查对象

问题确定后就要确定调查的对象。中小学里进行的调查一般都是抽样调查，是在全体研究对象中抽取一部分有代表性的对象组成样本，然后对样本进行调查，这就要求选取的样本一定要有代表性，否则结果就会产生偏差。

比如，“学生数学学业负担的现状调查”，最好是采用分层抽样的方法。

3. 编制调查工具

首先是确定采用什么方法进行调查。比如，观察、问卷、访谈、测验、网上调查等，选用哪种比较合适，有时可能要多种方法相互配合。然后是制作相应的调查工具，访谈调查需要编写访谈提纲，问卷调查需要编制调查问卷等，其具体方法见后。

4. 制订调查计划

调查计划是调查工作的程序安排，一般包括：调查课题和目的；调查对象及范围；调查地点及时间；调查的方式方法；调查步骤及日程安排；调查的组织领导及人员分工；调查报告完成的日期。调查计划要切合实际，尽可能详细周密。

5. 搜集调查资料

按照调查计划进入现场开展调查，搜集各项计划中规定要采集的数据资料。搜集材料要力求全面、系统、典型、客观、真实。调查中要注意搜集相关文献资料，研究者自身的感受也应作为资料予以记录保存。调查时，一般还应先进行一次试验性调查，以进一步完善调查方案和相关表格、问卷，以提高全面调查的科学水平。

6. 整理调查资料

用各种方法搜集来的资料，必须加以整理，使之系统化。整理资料的方法通常分为两大类：叙述的材料用明白流畅的文字加以整理；量化的材料用统计方法加以整理。

7. 分析得出结论

资料整理好后，需要总结出作为调查对象的许多事物之间存在的共同点及与其他事物的区别点，得出结论，解释原因，针对发现的问题，结合相应的数学教育理论进行分析，提出相应的意见和建议。

8. 撰写调查报告

撰写调查报告是调查的最后成果形式，它不是一般的工作总结，要具体而又简洁地作出科学分析。调查报告的结构一般为：

(1) 标题：主要反映所研究的问题，即说明主要调查内容、范围。如“城市非重点中学高一学生数学学习兴趣的调查”。

(2) 作者：可署作者名或课题组名。

(3) 前言：简明扼要介绍本调查研究的目的和意义。

(4) 方法：介绍调查对象、取样方法、研究工具及材料、调查问卷的设计内容及方法、研究设计程序等。

(5) 结果：呈现搜集到的数据的统计分析结果。

(6) 讨论与分析：讨论结果的成因，分析现象的根源。

(7) 结论：介绍调查研究的全部成果，每个结论都应有数据的支持。

(8) 参考文献：列出引用文的出处。

二、调查研究中的技巧

1. 问卷编制技巧

编制问卷首先要依次了解和准确把握课题研究涉及的每个方面的具体问题，并对这些具体问题进行科学构思，在编排问题时应有明确的假设和观点作指导，提出的每个问题都应围绕课题研究所需要了解的情况，与课题无关的问题应坚决摒弃。

(1) 问卷说明：是向调查对象说明调查者的身份、调查的理由和原因、本次调查的意义、调查对象客观回答问题的重要性，解除被调查者不必要的顾虑，使他们能认真如实答题。语气要亲切。

(2) 问题选择：总的要求是选择的问题和调查对象要便于研究者对了解的情况进行分类和编码，答题简单方便，且一般可用数码表达意见，表格制作要准确、完备。问题编排应该先易后难，简单的事实性问题应放在问卷开头，复杂棘手的问题一般放在问卷后面；问题的内容要力求简单明了，使调查对象一看就懂。

注意问卷的问题尽量不带明显的暗示或倾向。如下面4个问题：

"你赞成小学生学奥数吗？"

"是否应该废除小学奥数？"

"是否应该保留小学奥数？"

"废除小学奥数是否可行？"

这几个问题都有自己的某种"倾向性"，其中第一个倾向性最小。

(3) 题型选择：问卷分为开放型问卷和封闭型问卷。开放型问卷不限制调查对象的思维，不加任何引导和暗示，调查对象能充分表达自己的意见和想法。但此类问卷要耗费调查对象的时间和精力，不易得到配合，得到的数据不好分析整理。封闭型问卷是一种明确给定问题并可选择答案的问卷，便于调查对象回答，便于进行数据整理和分析。根据情况，两种问卷方式可以结合使用。封闭型问卷的提问和回答形式通常有以下四种：

填答式：贵校有学生______人，男生______人，女生______人；

是否式：你是否赞成取消小学阶段的奥数培训？（是/否）

选择式：在中学期间，你对数学的兴趣情况是

（A）很有兴趣　　　　（B）有点兴趣

（C）不怎么感兴趣　　　　（D）觉得很厌烦

排列式：请按你认为的重要性依次排序，将1、2、3、4等序号依次填入各括号中。

你认为教师教数学的主要任务是

（　　）传授知识　　　　（　　）教学生做题目

（　　）讲清课本内容　　　　（　　）传播数学思想

（4）试答修改：问卷设计完成后，找一些可以合作的人进行试答，看他们如何回答，有何反应。发现问题，进行修改，然后成为正式的问卷。

案例1

高中数学课程标准研制组问卷调查

为了制定面向21世纪的符合我国特点的高中数学课程标准，我们受教育部高中课程标准研制组的委托，谨向历届高中毕业生发出如下问卷。请根据你的实际情况如实填写，这对于高中数学课程标准的研制将有很好的参考价值。对于你所提供的资料，我们将为你保密，谢谢合作。

一、个人情况

年龄________性别________职业________现在工作单位____________________

最后学历（在适合的一栏打"√"）

高中以下________高中________职中、中专或中技________大专________本科________

继续学习（在适合的一栏打"√"）

函授大专________函授本科________自考大专________自考本科________准备考研________

二、对数学的认识

每个问题都有(A)、(B)、(C)、(D)、(E)等几种选择，请你把符合个人认识或个人实际的答案序号填在题后的括号内，每题可选择一个或一个以上答案。如果时间允许，请写上简单的理由。

1. 数学的主要内容是

(A) 计算　　(B) 推理　　(C) 概念、定理和公式

(D) 解决问题的方法　　(E) 其他

答：(　　)。简单理由：

2. 高中数学的主要对象是

(A) 数、函数　　(B) 图形与空间　　(C) 数学思想方法

(D) 数学应用

答：(　　)。简单理由：

3. 高中数学对我

(A) 很有用　　(B) 有用　　(C) 用处不大

(D) 完全没有用

答：(　　)。简单理由：

4. 数学的用处是

(A) 在工作中用得上　　(B) 在生活中用得上

(C) 对思维训练有益　　(D) 辅导子女用得上

(E) 获得美的感受

答：(　　)。简单理由：

5. 现实生活的数学问题

(A) 有唯一正确答案　　(B) 有多个正确答案

(C) 没有确定的答案

(D) 答案的多少视问题情况而定

答：(　　)。简单理由：

……

三、对高中数学课程的评价和改革的建议

13. 下表列出了高中数学各项教学内容，请按照你的实际情况，在相应格子里打“√”。

高中数学内容	A 经常使用	B 有时使用	C 没有用过，但能促进思维	D 完全没有用
集合				
不等式				
函数				
方程				
三角				
数列				
复数				
排列组合二项式定理				
立体几何				
平面解析几何				

……

（摘自王林全：《现代数学教育研究概论》第112—116页，广东高等教育出版社，2005年）

2. 访谈技巧

访谈是教育调查必不可少的手段，有时可以搜集到从书面材料或其他方法无法搜集到的有价值的材料。如儿童试卷上写着14－7＝13，这是错的，但儿童为什么错，从试卷上很难分析出来，如果当面询问，便可得知。原来该儿童认为，“4比7小，4不能减7，用7减4得3。”

访谈可分正式访谈和随意访谈。正式访谈需事先做好访谈提纲，严格地按照预先拟定的计划进行。随意访谈则是调查者和被调

查者在自然的状态和日常生活中进行接触，在自然的气氛和环境中进行的谈话，常常能获得很多宝贵的真实资料。前者容易引起戒备心理，后者花费的时间比较多。

访谈计划不能只限于问答，测验量表、问卷表都可包括进去。还可以让谈话对象写一些材料，或进行一些小测验，以便在有些问题上进行更客观的测量。长时间的谈话中间可以安排一定的间歇。

正式访谈时，要注意以下一些技巧：设法取得访谈对象的信任；注意言行举止，赢得好感；巧妙地处理拒绝；注意追问的技巧；记录要准确详细，既抓要点又不放过细节。

案例 2

和教师面谈的提纲

首先，感谢你让我听你的课并抽出时间和我交谈。根据我对你课堂教学的观察，我想问你几个问题以便我获得更详细和有针对性的信息。因为这些信息对我的研究很重要，我想对这一谈话作录音以便对你的答复有准确的记录。

（注：下列的问题旨在主要为面谈提供一个引导。实际面谈中所问的问题将取决于面谈时的情形和所听课的教学情况。只要适合，所有的问题将与所听课的真实教学事例相联系或以所听的课为背景提出）

1. 首先，我所听课的教学目的是什么？你是怎样决定这些目的的？（根据你对教科书的理解？根据教师参考书的说明？你是怎样知道它们的？）

2. 你是怎样获知关于教科书的知识的？

3. 在我所听的课中，你认为学生最难学的概念或知识是什么？学习重点是什么？你是怎么知道的？

4. 我注意到你使用某种方法引入新的课题。你是怎样获知你

所使用的这种方法的？你认为使用该方法能使学生学习这一课题比较容易吗？你是怎样知道的？

5. 我注意到你在我所听的课堂中使用了下面的教学策略（如合作学习）。你是怎样知道这些教学策略的？

……

（摘自范良火：《教师教学知识发展研究》第228页，华东师范大学出版社，2003年）

3. 试卷设计技巧

调查研究中的测验与平时教师给学生的测验目的是不同的，因此测验题目、内容和形式也就有一定区别。试卷的设计包括确定试卷的内容、拟定测试计划、选题、编制试卷。

（1）拟定测试计划：首先根据课题研究和教学大纲的要求，决定测试的重点内容，拟出测试计划的双向细目表。表中规定每一个要测的内容安排几道题，每道题目要达到的学习水平（可采用布卢姆教育目标分类学的六种水平）。这就形成了测试计划。

（2）编选题目：编选出来的题目要经过预测，难度要适宜，区分度要好，不出过难过易的题，以提高测试结果的信度、效度。

（3）试卷编排：先易后难，先简后繁，这样可使被测者正常答题，反映出他们的真实水平。

（4）完成试卷的编排后，还要写好试卷之前的测试指导语。

（5）试测修改：试卷完成后要进行一次试测，根据试测中遇到的问题，进行修改、调整，成为正式试卷。

案例3

TIMSS及其四年级数学测试题分析

TIMSS测试是由成立于1959年的国际教育成就评价协会（简称IEA）主办的，有40多个国家和地区参加的一种国际中小学生数

学和科学能力测试。该协会是迄今为止规模最大、影响深远而且相当严密的国际教育比较研究机构。从1995年开始，对来自40多个国家、5种不同年级水平的50万名学生的数学和科学知识进行了比较测试，华人地区有新加坡、香港、台湾参加。

……

一、TIMSS数学测试内容范围

数学测试部分包括对数学老师、数学教学的调研及对学生的调研测试。本文只谈2007年TIMSS对四年级学生数学测试内容部分。考查内容包括数、几何形状和测量、数据的表达。

表1　2007年TIMSS四年级考查知识内容比例

内容划分	所占比例
数	50％
几何形状和测量	35％
数据的表达	15％

每一个内容领域又有几个主题范围。如，四年级数的领域包括：整数、分数和小数，数位的理解，数的表达方式和两个数的关系，模式和关系等。几何形状和测量包括：直线和角，二维和三维图形，图形位置和移动。数据的表达包括：对包含数据的材料的阅读和理解及组织和表达。

认知领域的考查方式主要有数学知识理解占40％、数学应用占40％、推理占20％。每个认知领域有几个项目或条款。如，数学知识理解领域包括：回忆（定义、数学术语、数的性质、几何性质、符号等的回忆）；理解（几何图形、数和数的表达式、分数、小数、百分数、简单的几何形状的不同方向等的理解）；计算机算法知识（加、减、乘、除的算法程序以及整数、分数和小数的四则运算，算法中的近似数，常规的代数算法理解）；发现（从图形和图表及其他信息资源中找到信息、会阅读简单的刻度）；测量（使用测量工具、运用适当的测量单位、测量估计）；分类和规范（根据共性归类或分组物体、图形、

数及表达式等，对上述分类作出正确的结论，根据属性把数和物体进行分类）。

二、2007年TIMSS四年级数学测试题

1. 下面是按照某种规律排成的一列数：

100,1,99,2,98,(   ),(   ),(   ), …

在括号中应该填哪三个数？（答案：A）

A. 3,97,4　　　　B. 4,97,5

C. 97,3,96　　　　D. 97,4,96

2. 下图（图1）被转动后，下列哪一个是经过转动后的图形？（答案：A）

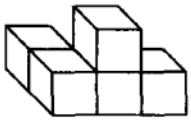
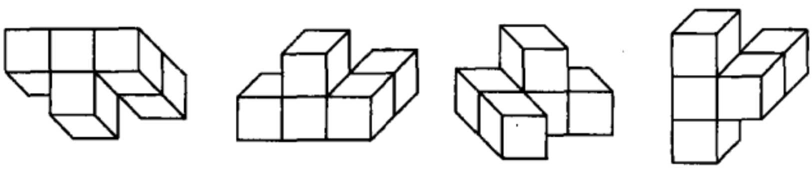
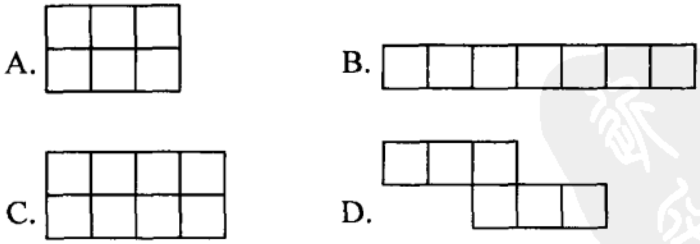


图1



A.　B.　C.　D.

3. 下列各图，哪一个图形的面积最大？（答案：C）



4. 在一个30人的班里，其中10人是黑色头发，15人是金色头发，其余的都是褐色头发。在图2中找出能够显示褐色头发人数的直条。（答案：图中斜线部分）

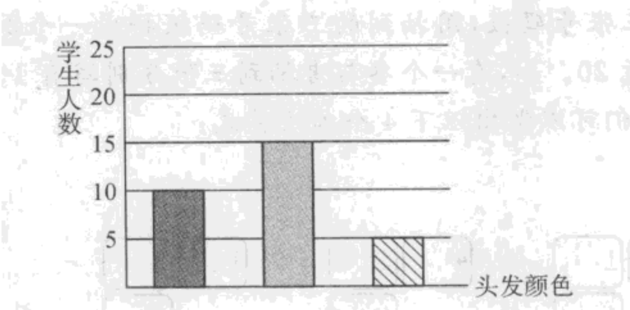


图 2

5. 下图(图 3)表示一周中每天的最高温度和最低温度,哪一天最高温度和最低温度的差距最大?(答案:A)

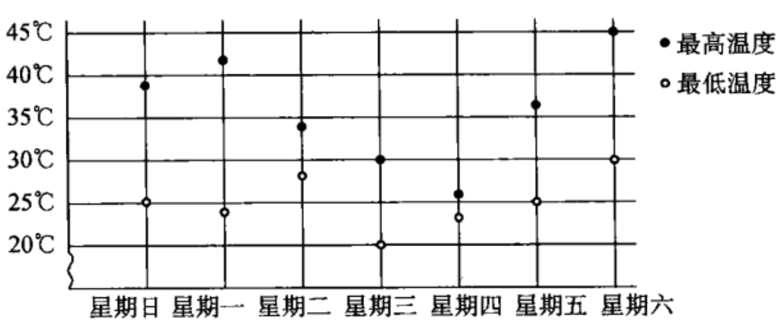


图 3

A. 星期一　　　　B. 星期三

C. 星期五　　　　D. 星期六

接下来的三道题都是关于图 4 所示的 10 个号码板的题。

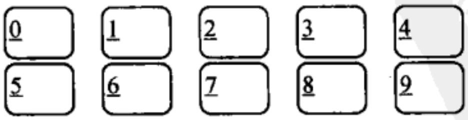


图 4

有一种叫做“努力到达 20”的数字游戏。游戏规则:每个参与者

随机抽取三张号码板，用抽到的三张号码板拼成一个加法算式，其和要最接近20。如，有一个参与者抽到三张分别写有1、4、5的号码板，他用它们可以做出以下4个加法算式：

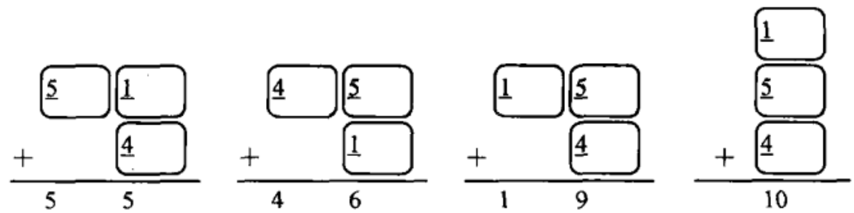


图5

根据题目要求，回答下列问题：

6. 两个学生琼和西伯特，正在玩这个游戏。琼抽到2、7、9，西伯特抽到1、3、6。

(1) 琼做的加法算式中，哪一个结果最接近20？（答案：2＋7＋9＝18）

(2) 西伯特做的加法算式中，哪一个结果最接近20？（答案：13＋6＝19或16＋3＝19）

(3) 西伯特说："如果我抽到1、4、6，我有两个加法算式得到20。"请你写出西伯特所说的两个算式。（答案：14＋6＝20，16＋4＝20）

7. 还有另一种叫做"找到最大数"的数字游戏，其规则是：参与者用三张号码板上的数字做加法运算，找到所有算式中和最大的算式。

(1) 如果一个参与者抽到写有1、5、9的号码板，请你在图6空白的号码板上写上这三个数字，使它们成为和最大的算式。（答案：95＋1＝96或91＋5＝96）

(2) 如果一个参与者抽到写有2、3、7的号码板，请你在图7空白的号码板上写上这三个数字，使它们成为差最大的减法算式。（答案：73－2＝71）

8. 如果一个参与者抽到写有1、4、5的号码板，请你在图8空白的号码板上写上这三个数字，使它们成为积最大的乘法算式。（答

案：41×5＝205）

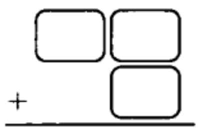


图 6

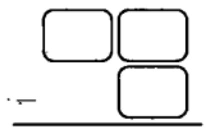


图 7

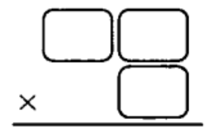


图 8

……

（摘自王奋平：TIMSS 及其四年级数学测试题分析，《小学教学（数学版）》，2009 年第 5 期）

三、调查研究法的优缺点

数学教育调查研究可以深入了解数学教育现状，发现问题，弄清事实，为教育改革提供事实依据。

优点：第一，简便易行。没有严格的条件控制的要求，可在较短时间内作较大样本的调查，搜集资料广泛迅速，节约时间和经费。第二，便于处理。调查研究可综合使用各种研究方法，常设计成利于定量分析的调查，便于处理数据。第三，间接性研究为主，结果较为翔实。

缺点：调查往往只是表面的，结果不一定能证明某种因果关系；调查的成功往往取决于被调查者的合作态度，更多地受制于研究对象；调查法的运用往往是比较复杂的，因为每个教育问题总和许多错综复杂的因素交织在一起，对调查所选择的样本具有很高的要求，若取样不好，就可能导致整个调查工作失去意义。

第 2 节　经验总结法

经验总结法是教师可以常用的方法。教育经验总结法是根据教育实践所提供的事实，分析概括教育现象，挖掘现有的经验材料，

并使之上升到教育理论的高度，以便更好地指导新的教育实践活动的一种教育科学研究方法。关键是要能够透过现象看本质，找出实际经验中的规律，从而更加理性地改进自己的教学。

进行教育经验总结要遵循以下基本要求：

(1) 要注意经验的先进性(观念必须更新)。

(2) 要全面考察总结的对象，充分占有原始的事实材料；且做到有“点”有“面”，“点”、“面”结合，防止以偏概全。

(3) 要以教育实践活动为依据，不能想当然，否则毫无价值。

(4) 要善于进行理论分析。

教育经验总结的类型：

① 具体经验总结。它一般包括三方面的内容：一是具体地描述某一教育实践的过程，包括活动的目的、内容、准备、活动经过、师生参与情况等；二是归纳某一实践中获得的成果，论述活动后师生的反映、收获等；三是介绍活动后的感受，对此项活动优越性的认识，亦即具体经验所在及其运用的前景。

② 一般经验总结。它主要包括：一是总结经验创造者的具体工作方式，提示其具体的工作程序和方法，并列举出明显的例子，这是最基本的部分；二是指出经验的优越性及其指导思想，以免在推广经验时产生那种仅仅是模仿经验中的一些具体工作方式方法，而忽视其精神实质的倾向；三是指出运用这一经验时要达到最佳效果的工作条件，以及可能出现的问题和具体工作方法的建议。

③ 科学性总结。它是在一般经验总结的基础上，进行理性的分析，去揭示经验的实质及其在教育工作中的地位与作用。

刚开展研究的教师不妨在自己所任教的学科中寻找经验总结的切入点。这有以下好处：第一，难度较小；第二，见效较快；第三，比较实用；第四，投入较小。

第 3 节　个案研究法

个案研究法就是对单一的研究对象进行深入而具体研究的方法。

个案研究的对象可以是个人,也可以是个别团体或机构。前者如对一个或少数几个优等生或学困生进行个案分析,后者如对某先进班级或学校进行个案研究。个案研究一般对研究对象的一些典型特征作全面深入的考察和分析,也就是所谓"解剖麻雀"的方法。

个案研究中,原始的资料积累是非常重要的。观察或追踪一个人、几个人、一个团体、一节课……的过程,时间可长可短,依需要而定,进行分析概括,透过现象看本质,得出规律性的结论,找出解决问题的办法。同时个案研究不宜仅仅停留在对个案的研究和认识的水平上,而要认识教育与发展之间的因果关系,提出一些积极的教育对策,以改革教育教学方法。也可能通过对某个案的研究而形成假说,进而产生新的研究课题或教改实验。

个案研究的对象少,研究规模也较小;同时个案研究一般都是在没有控制的自然状态中进行的,不要在一段时间内突击完成。教师可以抓住一两个典型的学生或一类学生,结合教学、教育工作实践进行研究。对于每一个教育实践工作者来说,总可以在班上找到研究对象,而且也不需要什么特殊的处理,不影响正常的教育活动。

案例

数学教学中的个案分析(作者:韦庞群)

现象描述:

班里有个男生,个子偏小,性格内向,平时沉默寡言,课堂基本不发言,同学回答的时候基本也不思考,最让人头疼的是家庭作业

总是不按时完成，即使完成了也是做得很差，不是字写得差，就是把作业本弄得满目疮痍，千疮百孔，实在不像出自一个六年级学生之手。

十一放假之前一次作业没完成，我批评了他，并且让他写下了保证书，他也保证国庆放假期间要认真完成作业，按时交上来。可是节后上课之前课代表交作业本时告诉我，又是这个学生不交作业，我随即让课代表把这个男生叫到办公室，问他为什么不做？他不答，随后一连串的问题他都拒之不理，只是眼泪“吧嗒吧嗒”地往下掉，没办法，我最后给他提出要求：用一天的时间把作业补好，在傍晚放学之前把作业本放到我办公桌上（因傍晚开会，我要求他把作业本放在讲台上）。他点点头，表示答应。傍晚开完会去看，没有！第二天一早我问他：“作业呢？”他说还没有做好，要今天傍晚交。

情况分析：

该生没有养成良好的学习习惯和行为习惯，不按时完成作业，并且喜欢撒谎，一定程度上与家庭因素有关，也与长期以来得不到老师的赏识和同学的关心帮助有关。他性格内向，不喜欢也不善于表达，只是一味地用眼泪来表达委屈，是一个长期处于自卑状态的学生。

应对措施：

从家庭因素着手，寻找问题的根源所在，从而采用合理且有效的手段和方法，改变这个学生的学习和行为习惯！

那天傍晚，我请来了他的家长，并且让该生也在场，我当着这位学生的面和他的家长做了一次长谈，把该学生从开学至今的表现一一告诉了他的家长，并且希望知道该生在家里的表现情况，结果家长告知，他在家里的表现也差不多，爱撒谎，不认真完成作业，总是敷衍了事。最后，我和他的家长达成共识，家校配合，采用强有力的手段督促他，使他能够逐渐改变不良的学习习惯和行为习惯！

今天上课，还是一如既往地看到他上课在做小动作，虽然知道

提醒他也无济于事，但是出于责任还是过去敲了一下他的桌子，我知道他有一刹那的震惊。随后的课堂，我要求学生在自己的草稿本上画长方体，我特意走到他的附近，发现他的长方体画得不错，于是我有目的地拿来作为范例在全班展示，并且表扬了他。

产生效果：

也许他从来未曾受到过表扬吧，总之接下来的课堂，我发现他变了，以前从不举手的他开始主动举手了，而且口里还喊着"老师，我来"，我叫他回答，发现他回答得不错。原来他也能回答好啊！课后的作业也破天荒做得很整洁很正确！

这种现象从心理学上来看，正是符合了"皮格马利翁效应"，教师对学生充满赞赏的目光和热情的期待能激励学生积极地投身学习，营造活跃的课堂气氛，产生良好的教育效果，这也就是所谓的"赏识教育"！

第 4 节　行动研究法

行动研究（Action Research）起源于二次世界大战结束时的美国，20 世纪 50 年代开始引入教育科学研究领域，70 年代得到大力推广。近几年，行动研究得到日益广泛的运用，当前我国中小学开展的各种类型的实验研究均带有强烈的行动研究色彩。

什么是行动研究法？目前没有统一的定义。但从各家言论中，我们可以大致归结为：行动研究法是一种小范围内教育改革的探索性研究方法，是教育情景的参与者基于实际问题解决的需要，与专家、学者合作，将问题发展成研究课题并进行系统的研究，在行动研究中不断探索、改进和解决教育实际问题的一种研究方法。

教育行动研究法是一种适合于广大教师的研究方法。它是基于教师在课堂上遇到的实际问题的研究，它着眼于实际的教学问题。其研究主体不是受过专门训练的专业研究人员，而是教学第一

线的教师。行动研究的结果是一些能改进教学问题的新做法。教师通过有系统地搜集证据，寻找出哪些才是有效的解决问题的方案。

行动研究法不是一种独立的研究方法，教师针对自己面临的问题要综合运用各种有效的研究方法以求得解决。

一、行动研究法的步骤

由于行动研究的不同理论背景使得行动研究有了许多模式。下面介绍行动研究的首创者勒温提出的四环节螺旋循环模式，即计划、行动、观察和反思，反思后重新修改计划作为另一个循环的开始。

1. 计划

计划是行动研究的第一步，主要包括：明确问题、分析问题、制订计划。

（1）明确问题

在数学教师的教学实践中，总会遇到一些需要解决的问题。比如，学生学习数学的兴趣不高，某种教法对某个班的学生不能产生预想的效果等等。这一步包括两方面：

问题的选择：要根据研究问题的价值，结合创新性、可行性去选择要开展行动研究的问题。

问题的界定：确定要研究问题的内涵和范围。它是一个什么问题？是普遍的还是特殊的？

（2）分析问题

确定问题后，首先查阅与研究问题相关的已有研究成果、研究进展，以便在此基础上，对问题的研究有突破创新。然后分析问题和哪些教育因素紧密联系，从而找到解决问题的可能方向。最后借助观察、问卷、访谈等方法，系统地搜集资料，了解和掌握该课题的有关情况，便于采取有效的行动以求解决。

（3）制订计划

根据现有的资料及对问题的各种分析，拟订切实可行的行动研究计划。

计划一般包括以下内容：一是实施后预期达到的目标；二是课堂教学中试图改变的因素（为了便于分析，一次改变的因素不宜太多）；三是具体的行动步骤和时间安排（注意灵活性、开放性）；四是研究人员及其分工（标明每个成员的基本情况及其所承担的工作）。

计划要以充分的实际调查研究为基础，具有很好的可操作性、灵活性和开放性；要充分考虑到现实中一些可能的有利与不利因素。

2. 行动

行动就是教师将自己在行动方案中的设想在数学教育教学实践中实施，改进数学教育实践，解决开始时提出的数学教育问题。与其他研究方法中的行动相比，此处的行动具有更大的情境性和实践性，它是在不脱离正常教学秩序下进行的。研究者一方面要防止其他因素的干扰，执行好预定的行动计划，另一方面要根据实际情况，对行动方案进行必要的调整。但调整必须建立在局部反思的基础上。

为了保证研究结果分析的客观性，对计划的调整应当逐一记录，并说明调整的理由。如果在行动过程中发现原先制订计划时对现实条件的分析不充分甚至有误，最好回到行动研究的起点，重新修订计划，以保证整个研究过程能够继续进行。

3. 观察

观察就是对行动的过程、结果、现象以及行动中变化的观察和记录，对整个行动研究起到监测并且把握研究方向的作用，是反思和修正计划、确定下一步行动的前提。事实上观察与行动是联系在一起的。我们此处是为了方便叙述，所以分开来说。观察主要是搜集关于过程的、结果的以及行动背景等方面的资料，其搜集方式有观察、访谈、问卷以及个人资料档案等。特别要注意在行动过程中

研究者的即时记录。

4. 反思

反思就是将观察和记录的资料进行归纳与整理，对计划和行动过程中产生的现象分析解释，对行动的过程和结果进行判断和评价，从而对计划的修正提出构想，为下一步行动研究提出新观点和新策略。

行动研究是以实验经验为基础的研究方法，强调实践者的参与，注重研究过程与实践者的行动过程相结合，通过研究活动对其从事的实际工作进行反思。行动研究将理论与实践统一起来，以反思为中介，在理论与实践的互动中寻求实践的改进和理论的发展。

我们可以通过以下问题进行反思：

问题1：研究之初对问题的界定是否明确？

问题2：行动的操作定义是否清楚？实际操作性如何？

问题3：研究计划是否周详？

问题4：行动是否按计划执行？

问题5：资料搜集与记录是否详尽且真实？

问题6：研究的可信度和效度如何？

问题7：资料的分析与解释是否恰当？

问题8：通过行动是否已解决开始提出的问题？

问题9：还有哪些地方可以改进以更好地解决提出的问题？

反思之后，又重新开始制订计划，行动研究进入下一循环阶段。

二、行动研究法的技巧

1. 找到研究的起点

通常有三种研究的起点：

(1) 兴趣：例如尝试一种新想法，开发一种新的教学方法。

(2) 困难：遇到了一个数学教育方面的难题，如班上学生对数学没兴趣，学生解函数类应用题很差等等。

(3) 一种"不明"的情况：例如课堂上的一个意外或无法解释的体验。如二年级学生进行改错矫正练习时，第二天的正确率呈周期地起伏。

2. 搜集资料的技巧

(1) 搜集既有资料：学生的书面作业；教师的文字资料（教学计划、教案、作业评语等）；考勤记录、通知单、通知书、家长来函等。

(2) 观察和记录的技巧：注意聚焦，留心细节；全面观察，不能只观察自己"想看到的"；提高观察中"捕捉"事件的能力；随时记录以备事后使用。

3. 分析资料的技巧

(1) 阅读资料：回忆资料所呈现的事件与经验；了解被研究者到底做了什么？说了什么？真正发生了什么事情？

(2) 选择资料：区分资料的重要性；聚集相似的资料；将复杂的资料排序、简化，寻找资料中不同主题之间的联系。

(3) 呈现资料：用图表或线条对资料中的有关主题进行强调。

(4) 解释资料：对资料中呈现的一些关系进行解释，建构可以应用于研究的实践性理论，理论要符合所研究的情境，与研究的重点有关，并有助于教师了解自己的教学工作。

4. 形成行动策略的技巧

(1) 不要只满足于某一个设想，要尽可能多地想出不同的策略，然后进行选择。

(2) 要排除各种困难的干扰，要更多地考虑解决问题的可能性。

(3) 考虑现有数学教学系统中已有的有利条件。

(4) 借助研究团队或其他教师的智慧。俗话说："三个臭皮匠，顶个诸葛亮"，同时还可以促进教师群体教学能力的提高。

案例

数学学习规划协助之行动研究计划书(http://www.paes.cy.edu.tw/t/tea/4.doc)

一、研究动机与背景

本研究一开始主要是针对高数学焦虑的儿童进行数学学习规划的课程,希望能够通过学习规划的教导使学生能利用各种不同的策略来解决问题,在课程进行的过程中,研究者由于知识与经验不足,经常在课程的进行过程中遇到许多问题,而行动研究是一种把行动与研究合二为一的研究方式,情境的参与者基于实际问题解决之需要,与专家学者或组织中成员共同合作,拟定解决的途径与策略,并透过实际的行动付诸执行,加以评价反省回馈修正,解决实际中的问题。透过此种研究方法,不但可以使研究者解决在过程中所遭遇的问题,还可透过反省评判的过程促进研究者本身的专业成长。

本研究的主要对象是小学六年级的4位学生,于12月10日至1月12日,利用每周星期二、五的中午进行30分钟的数学学习规划课程,总共10堂课。

二、教学场景的描述

在12月10日至12月29日进行前半段的课程后,透过与学生的交谈,发现学生并未将学习规划运用于日常生活中,学生反映的原因如下:

学生甲:由于回家作业太多了,根本就没有时间先规划。

学生乙:回家就只想玩、看电视,等到要做作业的时候已经相当晚了。

学生丙:虽然上次上课已教要如何做,但是回家根本就不知道怎么做这些规划,或写学习日志。

依据学生给予的意见,从12月30日至1月12日,分别在行动上做了两项改变。一是答应给予学生奖励物,二是每次上课给学生提供练习的机会,如,为自己订立目标、写学习日志。透过两项改变发现:一是与学生的互动情形改善许多,学生比较能够专心上课,且

告诉我们在试着运用学习规划；二是学生反映对于各种学习规划的了解比较清楚，并了解如何使用。

三、研究目的

基于研究的背景与动机，本研究的目的如下：

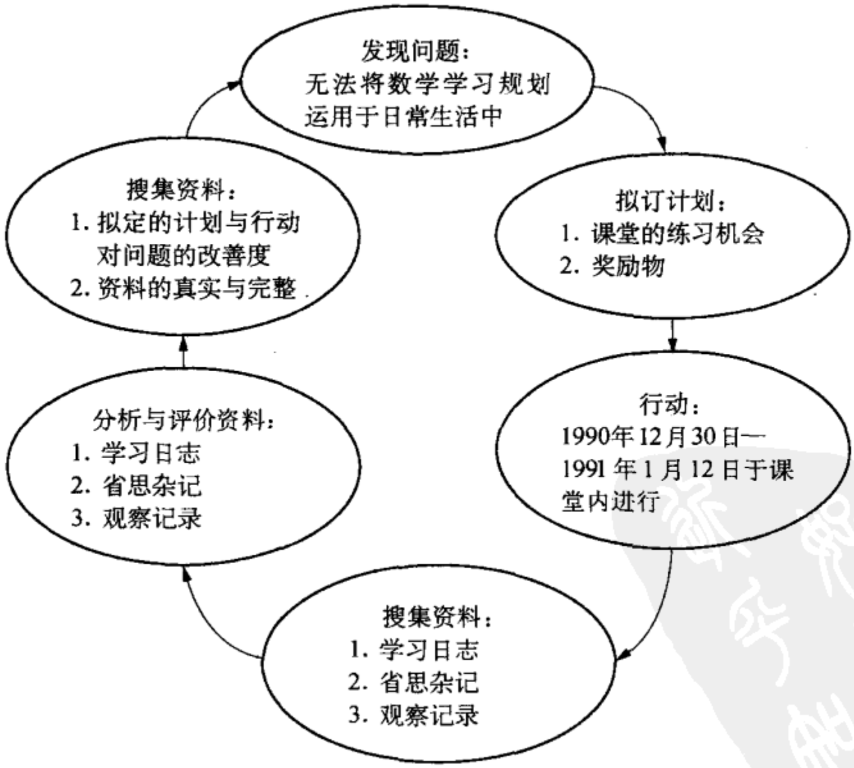
1. 使学习者能够将各种学习规划运用于日常生活之中。

2. 藉由行动研究促进研究者的专业成长。

四、行动流程与规划

行动研究是针对情境下的特别问题，提出解决的方法，使问题有所改善，并且随时有所修正，直到满意为止。研究进行中，"教师即研究者"，透过行动的介入、参与者的投入与改变，改善情境中所发生的问题。

本行动研究计划书的流程如下：(请参阅图一)



图一　改善学生使用策略之行动研究循环图

1. 发现问题：学生能否将学习规划运用于日常生活中，是一个相当重要的问题，最初在设计研究的时候认为学习者是六年级的学生，对策略的发展已有初步的学习，因此在课程设计中着重教授学生使用各种策略的方式与使用时机，导致在课堂上缺乏练习的学生，回家后对于上课所学的各种策略(如表 1)，无法融会贯通，自然就无法运用于日常生活之中。

2. 计划：了解到学生为何无法将学习规划运用于日常生活的原因后，研究者决定让学生能够在每堂课都有练习的机会，且为了让师生互动良好，研究者决定给予学生奖励物。

3. 行动：于 12 月 30 日开始在课堂中增加学生练习各种策略一次。

4. 资料收集：

学生的学习日志	研究者可以从学生的学习日志中得知学生在课程中的学习态度与学习状态，并从中探讨自己教学的内容。(参阅附件 1)
自我省思杂记	在每一次的教学过后，研究者应该记录当日的教学历程与技巧。
观察记录	每次教学过后，研究者撰写学生当日上课的状况与学习的反应。(参阅附件 2)

5. 分析与评价资料：研究者在详细阅读整理收集到的资料后，推断出学生平日使用策略的原因与在行动后是否有改变。

6. 反省：

(1) 检讨此次行动研究所定的计划是否有具体改善，即使学生能在日常生活中使用策略。

(2) 在研究过程中，研究者搜集资料与记录过程的真实性与完整性。

五、预期效果

在整个行动研究进行后，本研究的预期效果如下：

1. 在研究者本身，除了能在带领学生与班级管理的技巧方面有

所增进之外，尚可培养出敏锐的观察力与解决问题的能力。

2. 在学生方面，能使他们将学习规划运用于日常生活之中，并感到要对自己的学习负责。

3. 在文献上，本行动研究就行动者在进行数学学习规划课程时所遭遇之问题提出解决方案，因此若有其他教师遇到相同之情境时，可以参考本研究的解决方案并自行想出更好的解决方案。

表 1　数学学习规划课程，使用的各种策略

（依照各种学习策略排列）

学习策略	教学内容
反省式学习	教导学生如何利用学习日志记录学习数学的心态与学习时间的安排规划
动机策略	1. 与学生共同讨论数学学习时的动机 2. 与学生共同讨论他们学习数学不好的原因，从中告诉学生其实数学考不好或做不好的原因并非在于他们的能力不足，而是在于他们不够努力
认知方面的策略	1. 注意力的策略：如何集中注意力 2. 反复练习 3. 精进策略：举例法、推论法、类推法、摘要法、自述法、做笔记、问答法
后设认知的策略	1. 认识自己的认知历程与认知资源：包括自我能力、理解程度、学习过程与性质、个人的学习风格与缺陷。 2. 调适自己的认知风格： A. 计划：预测（订立目标）、排定时间表、自我增强。 B. 侦测：检查→选择→修正→再计划 C. 评鉴：检验自己的后果得失
资源经营	1. 时间经营：a. 预定进度；b. 目标设定 2. 环境经营：选择环境、制造环境 3. 努力经营：a. 归因于努力；b. 情绪控制；c. 自我对话；d. 坚持；e. 自我增强 4. 寻求他人支持：a. 教师协助；b. 同学协助

附件 1　学生的学习日志记录表

数学学习日志记录单

日期:1990 年 1 月 2 日　　　　阿炫 　　今天老师上课的时候教我们如何改善自己的人际关系,我觉得人际关系真的对我的数学学习有帮助,正如老师说的,问问题的时候才会有人帮助我,老师还问了我们班上的人际关系如何,并指导我们如何让自己成为受欢迎的人。 　　我觉得其他同学说的方法都不错,我决定从明天开始去做这些事情,让自己更受欢迎,有更多人帮我。 　　今天上课真是有趣,大家把自己的想法都说出来,我决定下次一定要准时来上课。

附件 2　课堂观察记录表

第　周　日期:　　　月　　　日至　　　月　　　日

周次	日期	姓名	上课反应
1			
2			

第 5 节　案例研究法

对案例研究,中外学者尚无普遍公认的、权威的定义。一般认为,案例是对现实生活中某一具体现象的客观描述。教育案例是对教育活动中具有典型意义的,能够反映教育某些内在规律或某些教学思想、原理的具体教学事件的描述、总结分析,它通常是课堂内真

实的故事，或教学实践中遇到的困惑的真实记录。案例研究则是对这些"真实记录"进行分析研究，寻找规律或产生问题的根源，进而寻求解决问题或改进工作的方法，或形成新的研究课题。在案例法的研究中，研究者自身的洞察力是关键。

一、关于案例含义的基本观点

第一，所有的案例都是事件，但并不是所有的事件都可以成为案例。教育上的案例首先表现为一个事件。但是能够作为案例的事件必须要具备这样两个基本条件：一是在事件中必须要包含有一个或多个疑难问题，同时也可能包含有解决这些问题的方法，换句话说，没有包含问题的事件不能称为案例；二是这个事件应该具有一定的典型性，通过这个事件可以给人带来许多思考，带来若遇到同样或类似事件如何应对的借鉴意义和价值。

第二，所有的案例都是故事，但并不是所有的故事都可以成为案例。案例讲述的肯定是一个故事，并且许多情况下讲述的是一个有趣的故事，其中会有一些生动的情节、鲜活的人物。作为案例的故事至少应该具备这样两个条件：一是这个故事必须是一个真实的事例，不能是编制者自己凭空想象杜撰出来的，没有真实发生的故事不能作为一个案例；二是这个故事要有一个从开始到结束的完整情节，片段的、支离破碎的无法给人以整体感的所谓故事不能成为一个案例。

第三，所有的案例都是对某一个事例的描述，但不是所有事例的描述都可以成为案例。除了满足上述两方面的要求外，在案例的叙写上，要具备下列条件：一是事例的描述中要包括一定的冲突；二是事例的描述要具体、明确，不应是对事情大体如何的笼统描述，也不应是对事情所具有的总体特征所做的抽象化的、概括化的说明；三是描述中要把事例置于一个时空框架之中，也就是要说明故事发生的时间、地点等；四是事例的描述要能反映出教育教学工作的复杂性，揭示出人物的内心世界，如态度、动机、需要等；五是事例的描

述要能反映出故事发生的特定背景。

通过上面的分析可以看到，虽然一项练习、一个难题、一篇文章或其他近似于案例的材料，也可以在课堂上起到调动学生积极性的效果，但它们并不能称为案例。既然任何案例的基础，都是个人或一个单位在实际情景中所面对的事实，若把虚拟的材料、没有任何问题或疑难包含在内的材料也纳入案例的阵营，案例的主要特征也就几乎不存在了。

二、案例的结构

每个完整的案例大体包括以下四个部分：

1. 主题与背景

每个案例都可以提炼出一个鲜明的主题，它通常应关系到课堂教学的核心理念、常见问题、困扰事件，要富有时代性，体现现代教育思想和改革精神。

2. 情境描述

案例描述应是一件文学作品或片段，而不是课堂实录，无论主题是多么深刻、故事是多么复杂，它都应该以一种有趣的、引人入胜的方式来讲述。案例描述不能杜撰，它应来源于教师真实的经验（情境故事、教学事件）。当然，具体情节要经适当调整与改编，因为只有这样才能紧紧环绕主题并凸显讨论的焦点。

3. 问题讨论

首先可设计一份案例讨论的作业单，包括学科知识要点、教学法和情境特点，以及案例的说明与注意事项。然后提出建议讨论的问题，如学科知识问题、评价学生的学习效果、教学方法和情境问题、扩展问题。

4. 诠释与研究

对案例作多角度的解读，可包括对课堂教学行为作技术分析，教师的课后反思等，案例研究所得结论可在这一部分展开。这里的分析只有回归到对课堂教学基本面的探讨才能展现案例的价值。

最后，案例可以是单个的，也可以是多个的，例如横向的差别比较，纵向的改变和进步，各有不同的作用。

第 6 节　实验研究法

数学教育实验研究法就是根据一定的目的和计划，在控制条件下，通过对数学教育教学条件作某些改变，来观察分析数学教育教学效果的变化，以此来确定数学教育措施与教育效果之间的因果关系，从中探索数学教育规律的方法。

一、实验研究法的步骤

一个实验研究课题的完整研究过程，一般包括以下几个主要步骤：

1. 选择课题

选择一个既符合数学教育改革与发展需要，又适合研究者知识能力水平及客观条件的课题。

2. 建立假设

实验研究的理论假设尤其重要，没有一个合理的科学假设，实验研究的因果关系就难以得到演绎推导。

3. 实验设计

主要内容包括：

(1) 形成研究假设；

(2) 明确界定数学教育实验要研究解决的具体问题；

(3) 确定实验的自变量及呈现方式、因变量及其测定方法、无关变量的控制措施；

(4) 确定取样大小及方法，选择实验设计类型，安排实验的具体步骤及选择适当的统计方法。

4. 实验实施

严格按实验设计进行实验，每一环节都必须按实验设计的有关

要求一丝不苟地进行。

(1) 确定实验组和对照组;

(2) 对全体实验对象作实验前测,以了解他们的当前水平,也可作为分组的依据;

(3) 按实验方案控制实验进程;

(4) 实验后测。

5. 搜集整理实验资料和数据

记录实验过程中获取的信息,包括数量化的数据资料,也包括描述性的文字材料,原始记录力求详尽细致、准确客观。

6. 对实验结论进行分析研究

7. 撰写实验报告或论文

二、实验研究法的技巧

1. 分清研究中的变量

课题研究中的变量,是指研究者所操纵、控制的在性质和数量上可以变化的条件和特征。变量按其在实验研究过程中的作用可以分为"自变量"、"因变量"和"无关变量"三种。

自变量是课题的研究者主动操纵的条件和因素,是作用于研究对象的刺激变量。因变量是随着自变量变化而产生反应、发生变化的变量,是研究中需要观测的指标和实验能否成功的证据。在课题设计中,研究者必须首先根据研究目的和假设,明确本课题的自变量、因变量和无关变量。

如"课堂练习程度与学生数学学习成绩相关性的实验研究"课题中,就可以列出许多变量。关于教师的变量有:性别、年龄、业务水平、工作态度、与学生关系等;关于学生的变量有:性别、年龄、各学科学习成绩、数学学习成绩、对数学的兴趣、家庭背景、班级学习氛围等;关于课堂教学的变量有:课时数、教学进度、教师指导程度、学生学习方式、课堂练习程度等等。随着实验的推进,还可能产生新的变量。

2. 把握研究中的变量

一项成功的数学教育实验应当准确把握三要素，即操纵自变量、观测因变量、控制无关变量。

（1）操纵自变量

就是要确保自变量对实验对象的作用到位。即要使自变量发生合乎实验要求的变化，并真正有效地作用于被试，以期引起被试的变化。

（2）观测因变量

一是要明确从哪些方面观测，比如数学阅读实验中，选取了整体阅读能力、应用题解题能力、全科成绩、主观感受来观测被试的变化。二是如何观测，即通过怎样的方式把这些项目的效果测定出来。是口头测定、书面测定，还是操作测定；是个别测试，还是集体测定。注意被试变化过程的观察与记录，掌握被试受到自变量作用以后的变化过程的事实。三是如何进行成绩评定，是等级评定还是分数评定，各种等级的评定标准及试卷的得分标准均需一一明确。

（3）控制无关变量

控制无关变量的方法通常有以下几种：

① 消除法

消除法就是把无关变量排除在实验之外，尽可能不让这些因素影响实验效果。比如家庭辅导等。

② 恒定法

恒定法就是使无关因子的影响在实验前后保持不变。比如每周学时、上课时间、学生的作业量等因素一定要用恒定法去消除其影响。

③ 平衡法

平衡法是使实验组和对照组的无关变量都以同一水平作用于这两个组，使之对两个组的教育效果的影响相同。例如，在教法实验中，要使实验教师的水平能力相当；实验对象的数目、原有基础、智力、能力等都接近，教学内容都相同等。

④ 抵消法

抵消法是指通过轮换实验组、对照组而消除无关变量的影响。如甲乙两班，甲为实验班，乙为对照班，第一轮实验后，乙变为实验班，甲变为对照班，将两次实验的实验班观测结果合并为实验班样本成绩，对照班观测结果合并为对照班样本成绩，再将这两个样本的成绩进行比较。这样两个班的学生基础因素、教师因素、家庭因素等无关变量都可以被抵消。

三、实验研究法的组织形式

实验研究法进行实验时，有三种具体组织形式：单组实验、等组实验、轮组实验。

1. 单组实验

单组实验是比较简单的一种实验形式，被实验者只有一组，对两个(或两个以上)实验变量通过前后两次(或两次以上)实验，求出结论。选择一个班级和两种不同的教法进行两次教学。先用新教法进行第一次实验教学，结束时对这个班进行测验，然后用传统教法进行第二次实验教学，结束时再对这个班进行测验，最后把两次测验的结果加以比较，得出新教法与传统教法的差异。单组实验需要对因变量进行两次测定，一次是在引入自变量之前测定，称为前测；一次是在引入自变量之后测定，称为后测。每次测定后均用数值形式表示，两次测定所得的数据之差，即为自变量对因变量产生作用的数值表示。

单组实验的优点：简单易行，只要有一个班级就能实验。缺点：两种实验因子实行的时间误差无法消除，造成有些条件无法控制；前一次实验可能对后一次实验产生影响。

2. 等组实验

等组实验是把被试分成条件等同的几个组，控制各组的无关变量，操纵各组的自变量，然后比较各组的因变量，从而推断出结论。具体地说，将试验者分为人数相等、能力相同的两个组，其他条件如

教师能力、教材内容、教学时间、教学环境等也都应当相同。随机地确定其中一个组为实验组，另一个组为对照组，给出两个或两个以上的实验因素，分别应用于这两组学生，经过一段时间，再测定两个实验因素所产生的结果，以求得结论。

等组实验需要对因变量进行后测，可以作前测，也可以不作前测。例如，通过实验比较两种教学方法的教学效果。实验者把实验对象均衡地分配到两个组（实验组、对照组），选择两部分性质、份量、难度相似的教材作为实验材料。将两组获得的数值加以比较，就可以得出哪种方法教学效果更好的结论。等组实验的优点：实验组与对照组可以分别独立进行实验，避免相互影响，实验周期短，有的可在一个上午完成。缺点：实验组与对照组很难做到因素完全相同。

3. 轮组实验

等组实验是采用横向比较的方法设计的，要想控制实验组与对照组使其做到因素完全相同是相当困难的。为了解决这个问题，下面介绍轮组实验。轮组实验是由几个作纵向比较的单组实验构成的，需要轮换实验顺序的组合实验。在轮组实验中，不像等组实验那样比较几个组的因变量，而是比较自变量中几个水平引起的因变量。仍用上例说明，通过实验比较两种教学方法的教学效果。设有甲、乙两个班，选用轮组实验，先在甲班用新教学方法进行教学，乙班用传统教学方法进行教学，然后测定甲、乙两个班的成绩。再进行第二轮实验，在乙班用新教学方法进行教学，甲班用传统教学方法进行教学，同样测定甲、乙两个班的成绩。最后把甲、乙两个班接受新教学方法教学的测验成绩合并为新教学方法成绩，把甲、乙两个班用传统教学方法教学的测验成绩合并为传统教学方法成绩，通过比较得出新教学方法同教学效果的关系。

轮组实验的优点：不设等组，操作简单，通过轮转，抵消干扰。缺点：实验周期较长，要准备两个难度相同的教学内容及两份难度相同的测试题。

用波利亚解题思想解函数应用题的实验研究

江苏省镇江中学　缪雪松　（邮编:212017）

摘要　高一数学《函数的应用举例》一节教学实验，采用准实验设计中的相等实验组与控制组前测后测的设计。通过5个课时实验后，实验班、平行班学生解函数应用题的能力整体上虽未见显著差异，但解决“最近发展区”邻域内函数应用题的能力方面差异较大。

1　实验目的

1.1　G·波利亚(G·Polya)是20世纪最伟大的数学教育家之一，他的解题思想具有划时代贡献。徐利治先生倡导:“我们要培养和造就一批波利亚型的数学工作者，要依照波利亚的思想改革数学教材和教学方法”[1]。波利亚的解题思想主要表现在他的“怎样解题表”:①理解题意;②拟定计划;③实施计划;④回顾。正如波利亚所说的:“了解问题是为好念头的出现作准备;制定计划是试图引发它;在引发后，我们实现它;回顾这一过程和求解的结果是试图更好地利用它。”[2]特别要注意的是，回顾与反思不能只是简单的检查，而应总结成败的经验教训，努力挖掘数学思想，要注重解题思维的一般程序与具体过程，以及一般性结论的思考。

1.2　函数知识的应用是高中数学的一个重点，也是高一数学的难点之一。传统教学多就题论题，不能进行技能、方法、思想的迁移，难以突破这一难点。由于函数应用题一般均可借助波利亚的“怎样解题表”顺利解决，因此，本实验试图用波利亚解题思想指导函数应用题的解决，以提高学生分析、解决实际问题的能力，培养学生良好的反思习惯，增强用数学的意识。

1.3　本实验的教学内容是:全日制高一数学第一册(上)《2.9函数的应用举例》一节。本小节共三个例题，分别是几何、增长率和物理方面的。例1要求学生分析问题后建立函数关系。利用已知

条件建立函数关系式是函数知识应用的一个重要方面，既可根据有关概念(代数或几何的)建立函数关系，也可通过观察、实验来建立。例 2 是增长率问题，其中公式 $Y = N(1+P)^X$ 的应用非常广泛，可用于计复利、求人口增长率和国民经济增长率等。例 3 是物理方面的问题，先给出函数关系式，再根据已知条件求参数(待定系数法)。

2 实验方法

2.1 实验结构设计

本实验采用准实验设计中的相等实验组与控制组前测后测设计。

2.2 研究对象与研究变量

2.2.1 受试：实验对象为高一(3)班和高一(5)班(笔者执教的两班)的全体同学，此两班高一阶段平时各次有关测验的均分、各分数段人数都非常接近，两班均为 54 人。高一(3)班男生 28 人，女生 26 人；高一(5)班男生 27 人，女生 27 人。拟定高一(3)班为平行班(控制组)，高一(5)班为实验班(实验组)。为了比较男女生之间的差异，平行班、实验班各分为男生组和女生组。为避免霍桑效应(Hawthorne effect)，事先不让两班学生知道实验的消息。

2.2.2 自变量：对完全相同的教学内容，平行班采用传统的教学方案，实验班采用实验的教学方案：用波利亚解题思想解题的教学方案。两种不同的教学方案即为自变量。

2.2.3 因变量：因变量由两个因素组成：后测成绩，及学生在后测过程中思维活动表现出的变化情况(相对于前测过程中的思维活动)。

2.3 实验数据分析处理方法

本实验采用独立样本的 Z 检验、t 检验，对实验结果进行统计分析。两班整体之间的比较用 Z 检验(双侧)，两班男生之间、女生之间的比较用 t 检验(双侧)。t 检验前，先进行方差齐性检验。

2.4 实验时间安排

2001 年 11 月 23 日进行前测，11 月 26 日～11 月 30 日完成教

学任务,12 月 3 日进行实验后测。

3　实验措施

3.1　2001 年 11 月 23 日进行的前测试题,为由易到难的 4 道应用题(限于篇幅,试题略),测后通过座谈及时了解、记录学生解题过程中的思维活动情况。

3.2　实验中,两班均用 3 课时讲授小节内容,另加 2 节习题课进行技能训练。

3.2.1　在平行班采用传统的教学方案:对各例题,由教师引导学生按读题、分析、解题、检查的顺序解决问题,强调具体的解题技巧。

3.2.2　在实验班采用实验的教学方案:先介绍波利亚的"怎样解题表",然后引导学生按波利亚的解题思想处理有关例、习题,特别强调解题思维的过程和数学思想的挖掘,注重经验教训的总结。最后通过变式训练,使学生逐步养成自觉运用波利亚解题思想解题的习惯。

对于这两种教学方案,可借助下表进行比较。

	传统的教学方案	实验的教学方案
教学目的	提高解题能力,应付各种考试	发展思维能力,提高分析、解决问题能力
教学重点	侧重题型研究,强调特殊技巧	探索解题通法,注重思想性、概括性
能力基础	模仿力、复制力	独立思考能力
训练特点	题海战术,熟能生巧	精选精练,挖掘思想
思维特点	思维模式化、定势化	发散思维与创造思维相结合
结果效应	学生就题论题,迁移能力差,高分低能	期望结果:学生思维能力强,富有创造力

3.3　12 月 3 日进行后测,测试内容亦为由易到难排列的 4 道函数应用题(见附文后),两班学生完成测试后,教师分别与其座谈,了解、记录、分析他们在解题过程中的思维活动情况,并与前测情况进行比较。

4　实验结果

4.1　前测的结果如下:平行班和实验班前测平均分分别为

57.41分、56.57分，标准偏差 s（无偏估计量）分别为23.70、22.71，显著性检验 $|Z|=0.1880$，$p>0.1$，总体无显著差异。此外，两班男生之间、女生之间总分均分、各题得分均无显著差异。

4.2 12月3日下午实验后测结果如表1（表2两班后测各题得分检验和表3两班男女生后测各题得分检验略），后测情况表明，实验班后测成绩略高于平行班，两班第二题均分差异非常显著，第三题均分差异显著，其他各题均分无显著差异。

表1 两班后测平均分、男女生均分检验

	均分 $\bar{x}$	标准偏差 s	男生		女生	
			$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s
平行班	72.59	14.56	71.43	15.98	73.85	13.06
实验班	76.29	12.75	75.74	13.42	76.85	12.26
显著性检验	$\|Z\|=1.405$ $p>0.05$		$\|t\|=1.081$ $p>0.05$		$\|t\|=0.8626$ $p>0.05$	

实验说明，用波利亚解题思想解函数应用题，可提高学生整体把握问题方向的能力，可帮助学生养成良好的反思习惯，提高解题的正确率。可以预见，在教学实践中长期坚持用波利亚解题思想指导数学教学，将会有效地提高学生分析、解决问题的能力，发展学生的思维能力。

5 讨论

5.1 前测结果说明实验具备理想的开端。笔者原预测实验班将明显优于平行班，但结果差异不很明显。分析原因主要是实验的时间过短，实验班学生从接触、运用波利亚解题思想到后测只有7天，其解题思想还未能形成根本性转变。

5.2 后测第二题含有隐含条件"到 A 地的距离"，第三题是学生未见过的"分期付款"问题，借助熟悉的"银行利率"问题可以解出。这两题都属于要求学生具备有较快的邻近"最近发展区"的能力。两班的差异表明，实验班学生解决"最近发展区"邻域内函数应

用题的能力已有不同程度的提高，其中女生的变化尤为显著。这一现象的产生应归因于波利亚解题思想中含有许多“程序化”的因素，而这些更适合高中女生的认知特点和思维方式。

5.3　与平行班相比，从卷面的解答、书写情况来看，实验班同学普遍表现出较强的逻辑性和条理性，以往书写随意的现象有了很大的改观。可见，波利亚解题思想有助于培养学生良好的解答、书写习惯，甚至有助于学生形成富有条理性、计划性的优良行为习惯。

5.4　后测后平行班学生反映：“解完题后心中无数，不知正误”，“见过的题做得很快，没见过的很难展开”……；实验班学生反映：“自觉、不自觉地运用了波利亚解题思想”，“解题后进行了简单的反思”，“解题时方向明确、思路清晰”，“感觉到什么题目都能动一动”……这些现象说明实验班部分学生已能初步运用波利亚解题思想解题，并形成了反思的习惯。

附　后测试题（共 4 题，总分 100 分，每题 25 分；40 分钟内完成）

1. 已知直角梯形空地 $ABCD$，AB 垂直于 AD、BC，现欲建一底面为矩形 $EBGH$ 的大厦，使 E、F 分别在 AB、DC 上。已知 $AB = 20$ m，$BC = 60$ m，$AD = 40$ m。试问怎样设计才能使大厦占地面积最大？

2. 某人开车以 50 km/h 的速度从 A 地向 200 km 外的 B 地送货，到达后停留 2 h 卸货，再以 40 km/h 的速度返回，写出此人到 A 地的距离 y(km)与离开 A 地的时间 x(h)之间的函数关系式并画出图象。

3. 2001 年 5 月，某人为购房向银行贷一笔款项，预期 2004 年 5 月一次还清，预算需 y 万元。若采用三年分期付款的方式，分三次还清（每年 5 月还款，每次还款数额相同），则总共只需还款 18 万元。已知对分期付款时每次所还款，银行均逐年计息，且计复利，设银行存款的年利率为 x。(1)写出 y 关于 x 的函数关系式；(2)若此人采用一次性付款，共需 19186 万元，求银行存款的年利率。

4. A、B 两码头相距 60 km，轮船在静水中航速为 20 km/h，由

于航道等条件的限制，轮船只能利用白天时间(以 12 h 计)在 A、B 间往返一次并完成上下客货的操作。试绘制用于上下客货操作的时间 T(h)与河水的流速 v(km/h)之间的关系图，并讨论航班是否取消的条件。

参考文献

1. 刘云章，赵雄辉. 数学解题思维策略. 长沙：湖南教育出版社，1991

2. G·波利亚. 怎样解题. 北京：科学出版社，1982

(摘自缪雪松：用波利亚解题思想解函数应用题的实验研究，《中学数学教学》，2002 年第 4 期)

Di Er Bu Fen 第二部分

数学教育论文撰写

第5章 论文写作概述

第1节　数学教育论文的分类

数学教育科研成果的表述形式是多种多样的，研究的任务不同，研究成果的表述形式也不一样。一般说来，中小学数学教育科研成果的表述形式有两类：一类是数学教育科研报告；另一类是数学教育科研论文。

一、数学教育科研报告

数学教育科研报告是描述数学教育研究工作的结果或进展的文件，是报告情况、建议、新发现和新成果的文献。它是数学教育研究工作者广泛使用的一种文体，随着数学教育研究的内容与方法的不同，数学教育研究报告也有不同的种类。

1. 实证性研究报告

实证性研究报告，即用实证性方法进行研究、描述研究结果或进展的报告。如对某个数学教育问题进行调查研究后写成的调查报告；对某种数学教育现象进行科学实验后写成的实验报告；对某个学校的数学教育教学经验进行总结后写成的经验总结报告等。这类报告都是以直接研究所得到的材料为基础，对研究的方法和过程加以分析，找出规律，提出经验、办法、建议以及存在的问题，得出

相应的结论。

数学教育调查报告是反映教育调查过程和结果的一种研究报告,它着重把教育调查研究取得的结果、观点或某种理论,用一定的形式表达出来。它是在一定的教育思想指导下,通过对教育调查材料的整理、分析而形成的有事实、有分析、有理论观点的论文。

数学教育调查报告具有真实性、新颖性、时效性等特点。

数学教育调查报告的种类包括:概况调查报告、专题调查报告。

数学教育实验研究报告是以书面形式反映数学教育实验过程和结果的一种研究报告,它最显著的特点是客观性。实验报告中所反映的实验结果,完全是实验过程中所获得的东西,不能有人为的添加成分。不管实验结果能否达到研究者最初的愿望,能否验证实验假设,实验报告都必须如实地反映真正的实验结果。

数学教育实验研究报告的结构:

(1)报告的题目;(2)问题的提出;(3)研究方法;(4)实验结果;(5)讨论与结论;(6)参考文献。

2. 文献性研究报告

文献性研究报告,即用文献法进行研究的报告,如教育史研究中的文献考证的报告,对某一数学事实研究的综述报告等。这类研究报告以对文献的分析、比较、综合为主要内容,并展示文献的考证过程,说明文献的来源与可靠程度等。

二、数学教育科研论文

数学教育科研论文是数学教育工作者或数学教育科研工作者对某些数学教育现象、教育问题进行比较系统专门的研究和探讨,提出新观点,得出新结论,或站在新的角度作出新的解释和论证的一种理论性文章。

论文通常有多种分类方法。按写作要求可分为刊用论文和学位论文;按篇幅数量和规模可分为单篇论文和系列论文;按研究的特点、层次和水平又可分为经验性论文、研讨性论文、评述性论文、

学术性论文等。

论文以阐述对某一事物、问题的理论性认识为主要内容，要求能提出新的观点或新的理论体系，并阐述新旧理论之间的关系。反之，如不能对研究的问题提出新观点，或新的研究方法，或得出新的结论，或站在新的角度作出新的解释和论证，都不能称作有价值的数学教育科研论文。

一般教育科研论文的结构：(1)前列资料；(2)论文的主体；(3)论文参考资料。

一般说来，以上科研报告和科研论文在内容要求和表述形式上是有区别的。论文比较简洁精炼，它仅仅突出表达一项研究工作中最主要、最精彩的具有创造性的内容和创新性的见解，特别是某种新解释、新论点或新理论，不包括同行一般都知道的东西和一般的研究过程的叙述，也不包括过多的具体材料。科研报告则不限于新的或创造性的内容，整个研究工作的重要过程、方法和环节都可以包括进去。论文的内容中包含着较多的推理成分。

当然，科研报告与科研论文之间并不存在截然划分的界线。就它们的性质和作用来说，都是科研工作结果的记录和总结。可以说，以理论分析为主要研究方法的理论性研究报告，如有创见的调查报告、实验报告、经验总结报告等，本身就是一篇好的科研论文。

第 2 节　数学教育论文的结构与形式

一、数学教育论文的结构

数学教育科研论文的写作并没有完全统一而固定的格式，但必须强调内在的逻辑关系，使中心论点与各分论点、论据之间，以及各分论点之间联系紧密，前后连贯，首尾呼应。

一篇教育科研论文，一般由六个部分组成：

①题目；②署名；③引言；④正文；⑤结论；⑥引文注释或参考文献。

其中，引文加注的方法，主要有这样几种：

夹注：即在引文后直接加注说明出处。

脚注：又称页注，即在本页下方注明该页中所用引文的出处。

尾注：即在全文末尾加注本文中曾使用的引文出处。

在作脚注或尾注时，应按引文出现顺序标明数码，即在引文右上角用小圆圈和阿拉伯数字标注，然后依次加以注释。引文注释的内容应包括作者姓名、书刊名称、文献篇名、卷数、册数或期数、页码、出版单位和时间。

二、数学教育论文撰写的基本要求

1. 数学教育科研论文论点要明确

教育科学论文表述的是建立在前人研究的基础之上并与前人研究观点不同的新观点、新结论。因此论文选题一定是作者有浓厚兴趣的问题，也是大家关注的问题，是当今教育科研的主攻方向，具有学术价值。在研究的过程中要形成明确的新观点，在撰写时要清楚、简明、直接、客观地表述论点，使得论点明确。

2. 数学教育科研论文论据要充分

在事实基础之上，撰写论文时应充分地阐明论点，论据要充分。一般论据材料来源于三个方面：一是作者本人在研究实践中得来的，称之为直接材料；二是作者由理论研究中得来的，称之为间接材料；三是作者从实践研究和理论研究中经过思考、分析、推理、创造得到的材料，称之为发展性材料。论据材料应是必要、充分、真实、准确的，既具有典型性又具有普遍性，既有前人研究文献中记载的典型材料，又要有新颖的反映作者观点的材料。

3. 数学教育科研论文论证要严谨、科学

一篇好的数学教育科研论文其论证必定是科学的，推理是严谨的，具有严密的逻辑性。数学语言要准确，要尽量少用生活用语，多

用教育科学术语。同时又要注意用朴素、通俗的语言，忌用晦涩难懂的语言。论断要肯定，忌用“也许”、“大概”、“假如”、“如果”这些非肯定的词语。

案例

高中数学中合理问题情境的创设

天马高中　吕晓亮

摘要　“以问题为中心，以学生为中心”是新课程倡导的核心理念。《新课标》中明确指出高中数学在数学应用和联系实际方面需大力加强。教师应创设适当的“问题情境”，鼓励学生发现数学的规律和问题解决的途径，使他们经历知识的形成过程。

关键词　高中数学　合理　问题情境　创设

一、背景

数学在各学科之中以严谨著称，其本身具有较强的抽象性和逻辑性，这给学科的教学带来了一定的困难和压力，按照传统的教学模式——给出数学基本概念，得出定理和性质，再讲例题，这样使得数学课枯燥乏味，学生只知道学习数学就是学习解题，使不少学生缺乏学习数学的兴趣与爱好。

《新课标》明确指出高中数学在数学应用和联系实际方面需大力加强。高中数学课程应该提供基本内容的实际背景。新教材基本上也贯彻了这一思想，人教A版很多章节是以提出实例开头。在新课程标准的实施过程中，情境教学法应被教师所采纳，这是因为创设良好的教学情境能把所学的数学知识具体化，使学生对所学内容产生兴趣，激发学生的求知欲和主动参与学习的动机，把所学知识掌握得更好，使学生主动学习的习惯得到养成和发展。

二、问题情境的含义

情境可以是真实的生活环境、虚拟的社会环境、经验性想象环境、抽象的数学环境等等。

问题情境是近几年一个比较热门的话题。具体地说包含以下两个含义：

1. 它是一种"气氛"——能促使学生积极地、主动地、自觉地去想象、思考、探索，去解决问题或发现规律，并伴随着一种积极的情感体验。这种情感包括对知识的渴求，对于客观世界的探索欲望和激情，发现规律的兴奋及对教师的热爱等等。不难想象，一成不变的授课模式，干巴巴的讲解而又毫无趣味性的习题是不可能产生什么问题情境的。创设问题情境是为了更好地调动学生的情感，为什么要强调情感呢？现在有很多学者认为我们的学校教育的目标应由传统的"知识——能力——情感"模式转化为"情感——知识——能力"模式，即把"情感"作为首要的目标。

2. 它是数学概念赖以产生的现实背景。在实际的教学中，不应把概念放在最前面，即在呈现概念之前，要把问题背景放在前面，呈现与之有关的足够材料，使数学概念从中自然而然地产生，而不是教师和课本强加给学生的。新教材在这一点上更注重问题情境的创设，比如在学习函数之前给出炮弹发射、臭氧层空洞和恩格尔系数问题；学习指数函数给出 GDP 增长和 C^{14} 衰减问题等等，这样做更符合人的认知规律，使学生自然、牢固地掌握数学概念。

三、问题情境创设的原则

创设情境的方法很多，但必须做到科学、适度。教师必须对学生的身心特点、知识水平、教学内容、教学目标等因素进行综合考虑，对可用的情境进行比较，选择具有较好的教育功能的情境。

具体地说，有以下几个原则：

① 针对性：数学情境具有针对性，才能满足学生的听课需要；

要杜绝重形式不求实质的数学情境化设计。情境化设计的目的是为了使学生更好地掌握所学的数学知识。所以情境应该能体现数学的本质，意在引发学生思考，而不能创设脱离学生实际或脱离数学本质的情境。

② 启发性：数学情境具有启发性，可以发展学生的思维能力；

③ 新颖性：数学情境具有新颖性，能够吸引学生的注意指向；

④ 趣味性：数学情境具有趣味性，可以激发学生的学习兴趣；

⑤ 互动性：数学情境具有互动性，才有学生的一直参与，而不是等待问题的出现；

要考虑到大多数学生的认知水平，应面向全体学生。不能因为太注重情境而脱离学生。否则，学生将无法建构新知识。

⑥ 简洁性：数学情境具有简洁性，能够节约学生的听课时间。

如果一个情境设计，很牵强甚至繁琐，不仅达不到教学目的，反而给学生更大的压力。目前高中数学教学任务繁重，如果要将问题解决教学完全应用于日常教学，那么大纲、教材的教学任务根本完不成，因此很多教师对"问题解决教学"采取敬而远之的态度。因此情境要少而精，做到教者提问少而精，学生质疑多且深。

四、高中数学中问题情境的创设

1. 创设实际问题情境，体会概念产生源头

教材在讲到分段函数概念时，可以创设如下生活实例，加深学生的印象。

出租车计价标准问题：

案例 1：某市出租车计价标准：4 km 以内 10 元（包含 4 km），超过 4 km 且不超过 10 km 的部分 1.5 元/km，超过 10 km 的部分 2 元/km。

（1）某人乘车行驶了 8 km，他要付多少车费？

（2）试建立车费与行车里程的函数关系式。

（3）如果某人付费 35 元，他乘车乘了多少 km？

学生对这个例子比较熟悉，一般来说学生能解决问题(1)，对问题(2)，关键是怎样建立这个函数关系式。对于不同的行程，车费的表达式是不一样的，具体有三个关系式：

① $y = 10\ (x \leqslant 4)$。

② $y = 10 + 1.5(x - 4)\ (4 < x \leqslant 10)$。

③ $y = 10 + 1.5 \times (10 - 4) + 2(x - 10)\ (x > 10)$。

很自然用到了分段函数.得出函数表达式,问题(3)也迎刃而解,此案例不仅用到了分段函数,又复习了函数的应用。

2. 创设趣味性问题情境,激发学习兴趣

游戏中的数学

案例2:老师手中拿着一副新扑克牌(不含王牌),叫学生从老师手中任摸一张,并记牢自己的牌号。规定:A为1,J为11,Q为12,K为13,其余牌以数值为准。然后让学生按以下方法计算:所得的牌号乘2加3后再乘5,最后减去25,把计算结果告诉老师,老师就可以知道学生手中拿的是什么牌(不考虑花色)。

设牌号为自变量 x,根据对应法则,所得的值 $y=5(2x+3)-25$,即 $y=10x-10$,由题意,定义域为 $\{1,2,3,\cdots,13\}$,则值域为 $\{0,10,20,\cdots,120\}$,可得其反函数 $f^{-1}(x)=\frac{1}{10}x+1$,由此,假如学生计算出来的值是120,则可轻易算出 $x=13$,即K。如果是60,则 $x=7$。其余同理可知。

此案例用到了对应法则,同时也牵涉到定义域、值域、反函数等有关问题。虽然新教材对反函数的要求大大降低,但是这里用到的反函数知识也没有超纲。

3. 创设虚拟互动情境,加深对知识的印象

案例3:如果老师每天给你10万元,而你需承担的任务是第一天给我1元,第二天给我2元,第三天给我4元,第四天给我8元,依次下去。

问:签几天的合同你会签?

我记得我在上《指数函数的图像及性质》的时候提出这个问题时,下面学生反应很大,马上有学生说签1天他签,又有学生提出签2天,或3天更赚。接下去有个学生上当了,说他愿意签一个月。接下去也没同学提出异议,很多同学都忙着按计算器。

通过这个案例,我们可以了解到学生对"指数爆炸"的理解并没有达到应有的认识。学生会认为指数函数的图象与一次函数的图

象同是递增图象，那么递增速度也差不多。但是，通过这个案例的计算，可以清楚看到“指数爆炸”的意义。

$S(\text{一个月}) = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \cdots + 2^{30} = \dfrac{1-2^{30}}{1-2} = 2^{30} - 1 =$ 1073741823，远远大于 300 万（10 万 × 30）。$\left(\text{提示：}2^0 + 2^1 + 2^2 + \cdots + 2^{n-1} = \dfrac{1-2^n}{1-2}\right)$

4. 创设生活实际情境，类比数学思想

案例 4：竞猜价格游戏：老师给一个价格范围，比如说[0, 1000]（单位：元），然后老师任意定一个价格写在纸上，但不能给学生看，比如说 688 元，让学生来竞猜你纸上的价格。老师要做的只是告诉学生报的价格是高了还是低了，直到学生回答出正确答案。

这个游戏是我从 QQ 中拍拍网的夺宝游戏中得到启示设计的，同学们对此也有较大兴趣。一般学生都不会老老实实从 1，2，3，……这样竞猜，而是先猜 500，如果高了那么价格应该在[0, 500)，低了，那么应该在(500, 1000]之间，老师告诉学生低了，那么学生会猜 750，这样一直下去把价格所在的范围缩小，直到猜到这个价格。引导学生把这种思想与数学中的二分法求近似解思想方法进行类比。同学们会从这个例子中得到启示，其实只要抓住思想的实质，二分法并不难。

同理，《数学 A 版必修 4》中第 6 页有个口答题：“今天是星期三，$7k(k \in \mathbf{Z})$天之后的那一天是星期几？”这个问题很简单，但是它蕴涵了周期的思想。之后学到的正弦、余弦、正切函数都是周期函数，可以用到这种思想。书中第 52 页有这么一道题：“设函数 $f(x)(x \in \mathbf{R})$ 是以 2 为最小正周期的周期函数，且 $x \in [0, 2]$ 时，$f(x) = (x-1)^2$。求 $f(3)$、$f\left(\frac{7}{2}\right)$ 的值。”在这里就显得非常简单。$f(3) = f(1) = (1-1)^2 = 0$，$f\left(\frac{7}{2}\right) = f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2} - 1\right)^2 = \frac{1}{4}$。

5. 创设抽象数学环境，学会知识的运用

案例 5：利用正弦函数性质及二分法求方程近似解，你能求出 π 的近似值吗？（精确到 0.01）。

由 $f(x)=\sin x$ 的图象知道 π 是正弦函数在[3，4]的零点，因为 $f(3)\cdot f(4)<0$，故可取[3，4]为初始区间，用二分法逐步计算。

创设此案例有助于复习正弦函数的图象，以及二分法求近似解的过程。使学生巩固知识的同时，提高对数学的兴趣。

五、体会与认识

1. 要充分重视“问题情境”在课堂教学中的作用

问题情境的设置在教学的引入阶段要引起注意，而且应当随着教学过程的展开成为一个连续的过程。通过少而精的问题情境，激发学习动机，使学生在课堂上保持良好的学习状态。只有给学生提出学习的目标和提供思维的空间，学生自主学习才能真正成为可能。

2. 在引导学生自主学习中加强学法指导

为了在课堂教学中推进素质教育，从发展性的要求来看，不仅要让学生“学会”数学，更重要的是“会学”数学，学会学习，具备在未来的工作中科学地提出问题、探索问题，创造性地解决问题的能力.要结合教学实际，因势利导，适时地进行学法指导，使学生在自主学习中，逐渐领会和掌握科学的学习方法。当然，学生自主学习也离不开教师的主导作用，这种作用主要体现在问题情境设置和学法指导两个方面。学法指导有利于提高学生自主学习的效益，使他们在学习中把摸索体会到的观念、方法尽快地上升到理论的高度。

3. 注重情感因素是启动学生自主学习的关键

要引导学生自主学习，动机、兴趣、情感、意志、性格等非智力因素起着关键的作用。只有把智力因素与非智力因素有机地结合起来，充分调动学生认知的、心理的、生理的、情感的、行为的、价值的因素，让学生进入一种全新的境界，学生自主学习才能达到比较好的效果.这就需要在课堂教学中，做到师生感情融洽，充分尊重学生人格，关心学生的发展，营造一个民主、平等、和谐的氛围，在认知和

情感两个领域的有机结合上，促进学生的全面发展。

参考文献：

1. 中华人民共和国教育部.《普通高中数学课程标准》[S]. 人民教育出版社

2. 数学课程标准研制组.《数学课程标准解读》[M]. 江苏教育出版社

3. 北京师联教育科学研究所.《新课程与高中数学教学》[M]. 学苑音像出版社

4. 课程教材研究所.《数学 A 版必修 1》《数学 A 版必修 4》[M]. 人民教育出版社

5. 叶立军.《新课程中学数学实用教学 80 法》[M]. 广东教育出版社

6. 丁一、张剑主编.《中学教材全解》[M]. 陕西人民教育出版社

7. 黄翔、李开慧. 关于数学课程的情境化设计[J].《课程教材教法》. 2006. 9

8. 汪国华. 数学应用意识培养路在何方[J].《中学数学教学参考》. 2004. 4

第 3 节　数学教育论文的材料准备

一、设计数学教育论文写作提纲

选定了论文题目，就选准了主攻方向，下一步如何做，还得有一个完整的计划。“凡事预则立，不预则废。”在数学教育论文的写作中，写什么样的前言和导语，文章的中间部分怎样写，写几个大部分及其相互关系如何，文章如何结尾，写怎样的结束语，这都需要设计一篇数学教育论文的轮廓结构，即论文的框架。写作提纲是数学教育论文的设计蓝图，拟定写作提纲，一方面便于论文的起草，调整结

构，另一方面也有利于有的放矢地查阅资料，取舍材料。

二、广泛收集数学教育教学的材料

俗话说“兵马未动，粮草先行”，拟定了题目和提纲以后，要集中精力收集资料，认真钻研。“广采百花酿佳蜜。”收集资料是论文撰写中一项十分重要的工作，没有必要的资料，就等于打仗没有粮草，后续工作将寸步难移。收集数学教育教学资料要多渠道汇流、多方位储存，大致有如下途径：

1. 从数学教育教学报刊、书籍中收集资料，并进行分类归纳整理。

2. 从网络系统中收集相关的数学教育教学资料和信息。

3. 从数学教育教学、学习、经验交流等多渠道获取最新信息、资料。

4. 从反面观点中收集资料，并养成寻找、搜集反例的习惯。

第4节　数学教育论文的撰写、润色与发表

数学教育课题研究论文的选题、材料准备工程完成之后，数学教育教学研究工作进入了总结阶段，即成果表达，也就是以论文的形式把数学教育科研成果表现出来。

下面就中学数学教育教学论文的始创阶段和修改阶段的有关问题进行简要分析。

一、始创阶段

这个阶段的关键是准确把握论文的三要素：中心论点及分论点、理论与事实依据、严密的推理论证。

1. 中心论点及分论点的把握

(1) 总标题(中心论点)

标题应准确得体，好的标题应具有简洁、精炼、概括、新颖、巧妙、有力、有个性等特点，透视出一个人的文化素养和应有的魅力，标题一般注意做到“六忌”：

① 大而空　标题要适合文章的内容，初写者往往将标题定得大而空，如“谈中学数学教育”这一题目范围就太大，难以调控，写作无法深入。如果上述标题缩小为“数学教育中的数学语言教学”，就比较贴近教学实际，且切入点比较小，反而会使内容显得丰富、扎实，从而以小见大。

② 俗而陈　俗即不新颖，标题不能陈旧、平淡无力，要力求创新。如“浅谈学生探索能力的培养”这一标题，显得太俗，若改为“渗透科研意识，培养探索能力”，将数学教学中科研意识的渗透与学生探索能力培养联系在一起，就新颖多了。

③ 长而赘　心理学上有如下一个实验：7 位以下数字，看一眼便可记住，8 位以上数字，看一眼就难讲准了。这个实验表明，人一次观察和记忆事物的范围是有限的。据此，如果标题在 14～20 字以内，读者至多读两次，就能够了解其全部含义，如“数学阅读教学策略的实践与探索”，相反，如果标题太长，不仅不能很好地被感知，也不便于辨认和理解。如“重视数学课作业的批改与点评，把纠错与学习习惯培养结合起来”，标题冗长、累赘，若改为“重视批改与点评，培养纠错习惯”就简洁多了。

④ 武断而绝对　不能太绝对化，要允许讨论、商讨。如“数学教师的数学素质”显得没有商讨的余地，如改为“数学教师的数学素质研究”就表明所研究的问题尚不成熟，有待于继续探讨。类似于“初探”的谦虚词还有“例谈”、“试论”、“刍议”、“尝试”等等。

⑤ 隐而晦　文学作品可以采用留悬念、埋伏笔等手法来设计标题，吸引读者，而数学教育科研论文却不同，论文标题要能直接反映文章论点，不能晦涩难懂。如“取消数学竞赛利多还是弊多”所反应的论点不明确，不妨改为“取消数学竞赛利多弊少”，当然也可改为“论取消数学竞赛的利弊”，这取决于作者对这个问题的认识程度。

⑥ 昏而混　标题应准确，观点应明确，不令人费解，不含糊其辞。如“开展劳动教育培养学生的学习习惯”，这里“开展劳动教育”与“学习习惯”并无直接的必然的联系。

(2) 小标题(分论点)

当文章篇幅较长时，一般可用小标题构建文章的框架，再进行具体论述。这样不仅有利于作者抓住中心、展开思路、调整结构，而且可使文章层次清楚、结构严谨，便于阅读领会。

小标题命制的方法通常有三种：

① 递进式小标题　即各个分论点紧扣中心论点，逐层递进，向纵深发展的结构形式。如在《超越“引课”走向“引思”》(数学教育学报 2008(6))一文中，作者设计了如下小标题：i. 教学实践中情境创设存在的主要问题；ii.“引课”的情境创设与“引思”的学习活动线索设计的根本区别；iii. 数学课堂学习活动线索设计的基本原则和基本策略。它们就是紧扣“情境创设”这一中心论点，逐层递进命制而成的。

② 对比式小标题　这是采用两个题或两种事物相对比的写作方法。

如在《英才教育之忧》(数学教育学报 2008(6))一文中，作者为了阐述提及的中心论点，采用了对比法制作了如下小标题：i. 国外英才教育现状；ii. 我国英才教育之忧。

③ 并列式小标题　即各层意思之间是一种并列关系的结构形式。

如在“创设数学问题情境应关注的几个关系”(数学教育学报 2009(3))一文中，作者采用了此法制作出如下小标题：i. 形式和内容的关系；ii. 预设和生成的关系；iii. 同一性和多样性的关系；iv. 继承与创新的关系。

2. 引用论据

(1) 论据的分类　论据是多种多样的，通常可分为两种：一种是事实依据，另一种是理论依据。

① 事实依据　引用事实或者数据作为依据，是一种常用的论证方式。既可引用他人的研究成果，如《数学教育中的数学理论问题研究》(数学教育学报 2009(3))一文中，作者引用专家的研究成果阐述"数学课堂教学中应该体现出数学的本质"，也可用自己的实验成果，如《课程改革驱动下的数学课堂实践》(数学教育学报 2009(3))一文中，作者引用自己的实验成果《华人如何学习数学》来阐述问题研究的背景，不论引用什么事实论据，都必须确保所引用的事实论据具有典型性、代表性、真实性。如果事实典型而且引用恰当，就能使论文的论证颇具说服力。

② 理论依据　这是引用一些已经经过实证验证的理论作为依据。如权威性经典言论，有生命力的公理、定理、名言、成语，可靠的统计数字等。如在《例论非数学专业学生同样需要数学思想》(数学教育学报 2009(3))一文中，引用他人讲授函数有界性的课例，并从理论上阐述了非数学专业学生具备数学思想的必要性，这些理论对支持和证实作者所论及的有关观点，起到了重要作用。

(2) 引用的方法

引用事实依据和理论依据一般要注意如下几点：

① 恰当。即不能驴唇对马嘴。

② 充分。就是所引用的论据要有足够的说服力。

③ 权威。引用的论据应能使人信服，而非平庸之言。

④ 新颖。引用新颖的论据，这样的文章给读者以新鲜感、时代感，从而耐读。

⑤ 出处。为了尊重作者著作权，须注明引用论据的出处。

3. 论证推理方法

论证推理就是在论点和论据之间架起桥梁，使论点和论据紧密结合而成为一个整体。论证要有逻辑性、无懈可击。初写论文的作者往往是"论点＋例子"，不能由论点和论据去推导结论、证明论题，不能使论点和论据融为一体。通常情况下论证的方法有如下两种：

① 归纳式　它是由典型的个别事物的分析与研究推出一般结

论的方法。这种论证方法在数学解题方法型论文、案例反思型论文和调查报告中经常用到。

② 演绎式　以一般的事物为前提去论证个别事物,从而推导出新的结论的方法,这便是演绎式论证的方法。

二、修改、润色阶段

从辩证法的观点看,人的认识是在曲折中前进的,人们对客观事物的认识和理解需要经历一个反复研究、逐步深化的过程。写数学科研论文论文也是如此。一篇好的数学教育科研论文,往往是经过多次反复修改、润色出来的,而非一蹴而就的。

初稿写就后,还只能算是个半成品,最后还要加工、润色。修改是保证论文质量的重要环节,决不能忽视,对文章内容的科学性、结构的逻辑性、文字技巧、符号的使用等,都需要作必要的修改。对每一个字每一句话都要进行反复锤炼、精雕细琢。自己写的文章,囿于习惯和框框,限于水平和时间,一下子使文章水平有大的提高是不现实的,但这并不是我们放弃修改的理由,因此,我们还必须做好如下工作:

第一,带着文章中的问题再读相关的书刊杂志。再阅读相关的资料,使自己的认识能力来一个飞跃。只有这样回过头来看,才能在新的高度上,重新修改文章。

第二,依靠集体力量,把文章拿出去交流,听听同行的意见,在新的认识基础上,再修改文章。

第三,请有经验的老师帮助指导把关,也可以向知名度较高的专家教授请教。

一般来说,初稿的修改、润色可以从如下几个方面着手:

(1) 修改中心论题和分论题　可依据命制标题的"六忌"对文稿的总标题、小标题进行全面审视,看看基本观点是否正确,发掘是否深刻,分论点是否紧扣中心论点等等。

(2) 修改论证材料　论证材料的使用要恰到好处,对文稿中的

已有材料进行恰当的“添、删、换”。总的要求：①材料使用数量要得当：多了，累赘；少了，缺乏说服力；②材料运用要详略得当，要把握住何时详述，何时简述；③材料来源要准确、真实，既不允许虚假，也不能有错误。

（3）修改文章结构　文章结构要完整、协调，这主要从如下两方面考虑：一是要综观全局，对文稿开头、中间、结尾是否完整、和谐、统一进行恰当修改；二是要切入文中，主要看各部分位置是否恰当，过渡是否自然。

（4）修改文中语句　文章中的句子要符合语法规则，不要有病句，数学语言要准确，同时也要注意学术形态和教育形态的有机结合。能用一句话讲清，决不用两句话讲，要去掉每一个多余的字。总之，经修改后的文字要通俗易懂、流畅精炼。

三、论文的发表

一篇高质量的数学教育学术论文未必就一定能发表，为了提高投稿命中率，必须重视如下几个问题：

（1）内容与形式要和谐统一

任何一位编辑都喜欢高质量的文稿，文稿的质量除文章本身的内容要正确、新颖外，还必须做到格式规范（一般用 A4 纸，正文字体用宋体，字号用小四，1.5 倍行间距），工整美观。

（2）选准投稿的刊物

首先，要了解刊物栏目，看一看欲投的刊物栏目有哪些内容，并从中获知刊物栏目的动态及读者对象；其次，明确文稿类别，即明确自己所撰写的稿件符合什么栏目？有哪些刊物有此栏目？所适合读者对象是谁？

（3）把握投稿时机

好的稿件未必一定能被采用，一个重要原因就是投稿时机问题。通常要把握好如下几点：一是注意教学进度，如有关教材研究的稿件一般要比正常教学进度提前 3～4 个月寄给有关刊物编辑

部；二是新辟栏目投递稿件的作者少，因而向有此栏目的有关刊物投稿，采用率就大；三是给缺稿件的栏目撰稿，这方面的稿件被采用的可能性也很大。

（4）不要一稿多投

一稿多投，既不尊重读者，更不尊重编辑，易使编辑反感。当前，有的刊物明确规定，一旦发现此类现象，永不录用该作者稿件。当然更多的刊物则是明确规定了稿件处理期限（如1～2个月内接不到录用通知，作者可自行处理自己的稿件等）。

（5）不要一信多稿

有的作者为了节约邮票、信封，在一个信封内装入两篇或几篇稿件，有的内容、体裁都不一致，让处理稿件的同志"箩里挑花"，增加了许多不必要的麻烦，同时还容易在转交中遗失部分稿件。因此，作者投稿时最好是一信一稿，分别寄发。

第6章 数学教育科研成果的写作

第1节 数学教育科研报告的写作

一、数学教育研究成果表达的一般概念

数学教育研究成果的内容是由研究目的决定的，主要包括：(1)对教育教学现状的深刻了解；(2)检验教育研究假设，建立和完善教育科学理论；(3)促进教育教学和学生发展任务的实现；(4)提出某个新的教育方法和措施等。根据课题研究实际，教育研究成果表述主要有三种形式：实验报告、经验总结报告、学术论文。

二、撰写数学教育研究报告的一般步骤

1. 确定报告的题目及研究报告类型
2. 拟订写作提纲
3. 研究手头资料，并开始写作
4. 对初稿的内容、结构、文字的推敲修改

三、数学教育实验报告的写作

学校立项课题中许多研究成果的表述，需要以实验报告的形式来完成。如，双语教育研究与实验，现代化教学手段的研究与实验，

分层教学的研究与实验等。在撰写实验报告中，需要注意以下几方面的问题：

1. 题目：题目是研究报告的主题思想，必须能准确、清楚地呈现出研究的主要问题。因此，实验报告的标题常常直接采用研究课题的名称，指明所研究的主要变量，使读者对研究问题一目了然。

2. 引言：引言也称导语、前言，是研究报告的正文开头部分。主要内容包括：提出问题，表明研究的目的；通过对有关文献的考察，说明选题的依据、课题研究的价值和意义；该课题目前在国内外同类研究中所处的学术地位。文字要简洁明了，字数不宜太多，表述要具体清楚。

3. 实验方法：该部分要阐明实验研究所使用的研究方法。也就是说，要让别人了解研究结果是在什么条件和情况下，通过什么方法，根据什么事实得来的，便于评价实验研究的科学性和结果的真实性、可靠性。同时，也便于他人用同样的方法进行重复实验。

该部分的基本内容包括：(1)研究课题中出现的主要概念的定义及阐述，如，实验假设、变量、因变量、自变量、无关变量等；(2)实验时间，实验对象的条件、数量、取样方法；(3)实验的设计，实验组与对比组的情况，研究的自变量因素的实施及条件控制等；(4)实验的程序，通常涉及实验步骤的具体安排，研究时间的选择；(5)资料数据的收集和分析处理，实验结果的检验方式。以上内容结构应周密，条理要清楚，用词要准确明白。

4. 实验结果：这是研究报告的主要部分，要求简要地说明每一结果与研究假设的关系，将研究结果作为客观事实呈现给读者。

基本内容包括：

(1) 对研究中所收集的原始数据、典型案例、观察资料，用统计表、曲线结合文字进行初步整理、分析。既有对定性资料的归纳，又有对定量资料的统计分析等。

(2) 在对资料进行初步整理分析的基础上，采用一些逻辑的或统计的技术手段，得出研究的最终结果或结论。

5. 结果部分的撰写，要注意以下要求：

(1) 以准确无误的数据资料说明问题，以陈述事实为主，不应夹杂前人或他人的工作成果，也不应外加研究者的主观议论和分析，从而保证结果的纯洁性、客观性和准确性。强调实事求是，真实可靠。

(2) 定量和定性分析相结合。对数据资料，不仅要严格核实，注意图表的正确格式，而且要采用一定的统计分析技术，从数量变化中揭示出所研究事物的内在必然关系，而不是事实的罗列。

这一方面的写作要求资料详实，层次清晰，前后连贯，文字准确简明。结论是建立在对所收集事实材料的客观分析、比较、综合、归纳基础上，必须是严谨的、科学的、合乎逻辑的结论，切忌夸夸其谈或任意引申夸大。

6. 分析与讨论：分析与讨论是对研究结果的含义和意义进行评价。研究者根据研究的客观事实和结论，结合自己的认识与了解，通过分析思考，讨论分析与实验结果有关的问题，对当前教育理论或实践的发展提出自己的认识、建议和设想。

讨论部分的作用有：

(1) 从理论上加深对研究结果的认识，为本研究的结论提供理论依据。从结果出发，紧密围绕课题的设想，用已知经验或理论加以解释，以显示结果的价值和意义，并指出研究的局限和进一步需要研究的问题。

(2) 对结果中不够完善之处进行补充说明，从而为得出结论铺平道路。

四、经验总结报告的写作

经验总结报告是在教育教学实践中，经过去粗取精、去伪存真的积极探索而积累起来的经验的系统化、理论化的书面材料。经验总结报告的基本结构大体有以下几部分：

1. 题目；2. 引言；3. 正文；4. 结尾。

案例

《中学数学阅读课堂教学的教学策略研究》研究报告

西南交通大学附属中学数学组

（执笔人：周北川、傅相万、熊挺军、赵　刊）

[摘要]　本研究报告通过对课题研究的背景、依据、目的、对象、内容、方法、过程、成果等八个方面的论证，阐述了我校数学教研组对该课题为时一年多的研究过程以及取得的研究成果。

[关键词]　中学　数学阅读教学　策略研究

一、课题研究的背景

阅读是人类社会生活的一项重要活动，是人类汲取知识的主要手段和认识世界的重要途径。在过去，谈到阅读，人们往往想到应该是语文阅读、英语阅读或者文科方面的阅读，然而，随着社会的进步、科学技术的进步及“社会的数学化、数字化”的日益普遍，仅具有语文等方面的阅读能力的人已明显地显露出能力的不足，如他们看不懂某些产品的说明书，看不懂股市走势图、气温变化图、数据分析图等等。由此表明，现代及未来社会要求人们具有的阅读能力不再只是文科方面的阅读能力，而是以它们为基础的，包括数学阅读能力、科技阅读能力在内的综合阅读能力。因此，在今天的学校教育中，加强数学学科阅读教学，探索数学阅读教学的特殊性及教育功能，认识数学学科阅读能力培养的重要性，就显得举足轻重了。

为了在各次考试中取得优异的成绩，数学教学过程往往只注重数式的演变步骤、逻辑思维的培养、学生应试能力的强化，而忽略了数学教学的根本——对数学阅读的教学。事实上，学习数学在一定程度上就是学习数学语言，学习数学的过程也就是数学语言不断内化、不断形成、不断运用的过程。学生准确灵活地掌握了数学语言，就等于掌握了进行数学思维、表达和交流的工具。为了能使学生准确灵活地掌握数学语言，就应该采取课堂数学阅读教学，因为采用课堂数学阅读教学能够转变学生学习数学的方式，实现数学语言的

相互转换，提高学生掌握知识的水平。

调查显示数学阅读现状不容乐观：在专业素质上，仅有不到20%的教师认真阅读过中外数学史，约21.11%的教师“从未看过”，约占60%的教师只是“零零碎碎看过一些”，而且不少教师也只是看过一些刊物上所登载的常见的如牛顿、韦达、陈景润、欧拉等几位数学家的故事；在阅读范围上，约73%的教师主要阅读的是学科辅导类书籍，阅读文学刊物中外名著提升自身修养的仅占不足20%，这说明中学数学教师自身都不重视阅读，更谈不上在课堂上实施数学阅读教学手段了。为了能有效地开展数学阅读教学，教师首先应加强阅读和丰富阅读内容，养成能自觉读“百科全书”获取知识和信息的好习惯，其次应提高自身数学阅读方面的理论和指导方法，再者应在数学教学过程中重视渗透数学阅读教学。

虽然也有少数教师在课堂教学中重视开展数学阅读教学活动，但对数学阅读教学缺乏深入的理论思考和实践经验的总结，在国内或省内关于“中学课堂数学阅读教学的策略研究”的有关信息十分紧缺，缺少专门系统研究《中学课堂数学阅读教学的策略研究》的课题。在相关研究中都只有零星涉及或点缀。如“数学自学辅导教学”，“启、读、究、讲、练”教学法，“启导、读练、讲评、深化”教学法，“读读、议议、讲讲、练练”教学法等等。为了适应素质教育和新课标下的教育理念，必须形成一套切实可行的课堂数学阅读教学的策略，于是有必要开展《中学课堂数学阅读教学的策略研究》课题的研究。

二、课题研究的依据

从社会学的角度看，数学阅读是作为一种特殊的交际方式而存在的社会现象，具有行为的社会性，它是以数学书面材料作为社会交际的中介，数学材料的编者、数学材料、读者(学生)，是构成一个完整的书面交际过程的基本要素。数学阅读作为一种主体活动还具有活动的实践性。实践活动是人能动地改造客观世界的活动。数学阅读之所以被称为一种实践，首先在于它是一种社会实践活

动。数学阅读的实践性是本课题研究的认识基础之一。

从文化学的角度说，数学阅读是数学语言活动，是认识活动，更是一种社会文化现象，甚至可以说，数学阅读本身就是数学文化，是数学文化的继承，是数学文化的传递，是数学文化的再创；数学阅读文化的核心是时代精神，数学阅读过程实质上包含着一种文化的传递过程。数学阅读的文化现象是本课题研究的认识基础之二。

从心理学的角度谈，数学阅读是围绕数学问题或相关材料，以数学思维为基础和纽带，用数学方法、观念来认识、理解、吸取知识和感受数学文化的学习活动。它是一种复杂的智力活动，是用已知的经验和思维能力来理解数学语言、符号、图表和领会数学文化的心理过程。数学阅读是一个人的心理要素整体能量的反映。人的五官感受知识的比率不同，其中视觉占83%，听觉占11%，嗅觉约占3.5%，这说明在接受外界信息时，阅读是学习的一个重要途径。这正是本课题研究的认识基础之三。

从数学阅读的机制来看，数学阅读，不仅把数学材料从密码式的数学符号系列转变为一种充满意义的作品，而且改变阅读者本身；数学阅读是书面文化的精神消费，是人类素质的生产过程。这正是本课题研究的认识基础之四。

三、课题研究的有关概念

1. 阅读

阅读是学生自主获取知识的一种学习过程，它不仅仅是读的过程，而且是口、手、脑有机结合、统一协调的过程。阅读是一种从书面语言和其他书面符号中获得意义的社会行为、实践活动和心理过程。

2. 数学阅读

数学阅读是学生个体根据已有的知识经验，通过阅读数学材料，领会、理解其中的数学知识、数学方法、数学思想，经历数学产生、发展、演绎、形成的过程，体验数学文化，欣赏数学美的过程。它是数学学习的重要组成部分，是人类未来数学文化发展的重要手段

和中介，是传播数学文化的重要途径。数学阅读不只包括对数学教材的阅读，还包括对数学有关的科普知识及课外材料的阅读。学习数学材料，是学生主动获取信息，汲取知识，发展数学思维，学习数学语言的重要途径。

3. 课堂数学阅读教学

它是在教师引导下进行的数学阅读活动，是师生之间、学生之间在数学阅读活动中相互表达、互动合作与共同发展的过程。数学阅读教学活动以课堂教学为核心，是数学课堂教学的重要组成部分。数学阅读教学的背景是向学生提供材料、活动机会、活动空间；其原则是促进学生思维品质的提高；目的是让学生构建新的数学认知结构，掌握学习方法、发展能力、内化品质，使学生的思维更缜密。

四、课题研究的目标、内容、对象、方法（略）

五、课题研究的过程（略）

六、课题研究的成果

撰写论文、案例、调查报告、经验总结等 40 多篇，制作 20 个多媒体课件资源，编写子课题集《中学课堂数学阅读教学的策略研究》。

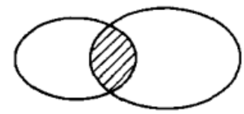
（一）数学概念的阅读教学策略

1. 形成了数学概念阅读的特点

概念通常包括四个方面：概念的名称、定义、例子和属性。数学所研究的对象是脱离了事物的物质具体内容而独立存在的事物的关系和形式本身，因而数学概念有与此类同的特点：

(1) 数学概念反映的是一类对象内在的、固有的属性，因而它在这一类对象的范围内具有普遍的意义。例如函数中的“增函数”的定义为：一般地，设函数 $f(x)$的定义域为 I。如果对于属于定义域 I 内某个区间上的任意两个变量的值 x_1、x_2，当 $x_1 < x_2$ 时，都有 $f(x_1) < f(x_2)$，那么就说 $f(x)$在这个区间上是增函数。“定义域 I 内某个区间上的任意两个变量的值 x_1、x_2，当 $x_1 < x_2$ 时，都有 $f(x_1) < f(x_2)$，”限定了具有某种属性的一类对象，凡是要研究函数的单调性，都要检验是否具有这一属性。

(2) 数学概念可用特定符号简明、准确、清晰地表示出来,也就是数学的文字语言、符号语言和图形语言之间可以相互转化。如:

概念	文字语言	符号语言	图形语言
交集	由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合,叫做 A 与 B 的交集	$A \cap B$	

(3) 数学概念是对现实世界的空间形式和数量关系简明、概括的反映。如异面直线的公垂线,指的是空间立体几何中和两条异面直线既垂直又相交的一条直线,它有两个重要的特征:垂直和相交。

(4) 数学概念是具体性和抽象性的辩证统一。由于数学概念往往用形式化语言来表示,因而它具有高度的抽象性,一旦被掌握,它又变得实在而具体了。例如,函数 $y = f(x)$ 在自变量 x_0 处的导数的概念,用数学符号记为:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}。$$

看起来表达式很抽象,但实质上,它表示对应函数值的改变量与自变量的改变量的比值的极限,它的几何意义是函数 $y = f(x)$ 在 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线的斜率,它的物理意义是物体在时间 x_0 这一时刻的瞬时速度。

(5) 数学概念具有很强的系统性,因而对数学概念的学习必须循序渐进。如在认识数的过程中,首先认识正整数,然后学习正分数、负数、有理数、无理数、实数,最后认识复数。

2. 形成了数学概念阅读的基本步骤

通过课堂数学阅读教学的实践,总结出了指导中学生阅读数学概念的“五步法”。

第一步:认识数学概念的起源

阅读数学概念首先应认识数学概念的起源及形成过程,以诱发

阅读数学概念的积极性和主动性，加深对数学概念与数学知识的理解。

例：高三理科数学中复数的学习。首先要让学生认识到为什么要引入复数。为了能解方程 $x^2+1=0$，我们引入了"i"这个虚数单位，这样就产生了复数。这样，也许学生会对复数的概念理解更透彻些。

第二步：理解数学概念的内涵、外延

数学概念反映的是一类数学对象内在的、固有的属性，而非表面的属性，这种固有的属性在中学阶段常用文字语言、数学符号语言和数学图形语言相互表示。如前面所阐述。

第三步：提出数学概念反映的规律

提出数学概念蕴含的数学思想与方法。例："椭圆及其标准方程"充分体现了中学常用的数形结合的思想和方程的思想。几何图形"椭圆"可以用数量关系 $\{P \mid |PF_1|+|PF_2|=2a(2a>|F_2F_1|)\}$ 及 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 表示。已知椭圆，就可以用待定系数法求出椭圆的标准方程。

第四步：对数学概念进行辨析

数学具有高度的严谨性、概括性和准确性，对数学概念的理解、记忆必须准确、严谨。辨析数学概念的方法有弱化数学概念中的条件，改变数学概念中的条件、结论等。

例：辨析"椭圆的定义"，在数量关系 $\{P \mid |PF_1|+|PF_2|=2a(2a>|F_1F_2|)\}$ 中，若 $2a=|F_1F_2|$，点 P 的轨迹是什么？若 $2a<|F_1F_2|$.呢？

第五步：数学概念的应用

数学的运算、推理、证明等都是以有关数学概念为依据的，围绕一个数学概念配套多种练习，让学生从多角度、多层次进行应用。先巩固性应用，后综合性应用，在应用中切实掌握数学概念，提高数学能力。

3. 提炼出数学阅读的特点

(1) 由于数学语言的高度抽象性,数学阅读需要高度的思维性。

数学具有高度抽象性与严密逻辑性,其内容的展开以概念、公式、法则为基础,以严密的逻辑推理为线索,这就要求读者在进行数学阅读时随着课本展开自己的思维。又由于数学的高度抽象性和数学语言的简洁性,读者在阅读时必须不断寻找内在的逻辑联系,理解每个术语和符号,最后达到对材料的理解,形成知识结构。

(2) 数学语言的特点决定数学阅读需要精读。

精确性是数学语言的最大特点,每一个数学概念、符号、法则、定理都具有精确的含义,没有含糊不清和有歧义的词汇,不存在似是而非的断言,要理解一段数学材料,必须了解其中每一个数学术语和每一个数学符号的精确含义,因而数学阅读一般适合于精读。

(3) 数学阅读需要认真仔细,具有不可跳跃性。数学理论是一个严密的逻辑体系,此有序系列中任何一个内容都具有承上启下的功能,阅读时对每个句子、名词术语、图表都应细致地阅读分析,领会其内容和含义。

(4) 数学阅读往往还需要手脑并用,多方面结合;数学阅读中由于语意转换频繁,要求思维灵活;数学阅读还要求以积极的逻辑思维为基础和纽带。

(二) 从教学过程中主客体的相互关系出发探求教学策略

1. 把握同化的"交接区"

教学过程是学生将新信息经过大脑的再加工,同化到自己认知结构中的过程。根据皮亚杰的观点,认知结构是通过同化和顺应而不断发展的,教学中新输入的信息必须含有与学生原有认知结构"相结合"的部分(即"交接区"),才能便于进行再扩充、延伸(同化)和调整、改组(顺应),从而形成新的认知结构。

为了更好地"同化"和"顺应",作为教师的一项重要的工作就是要从学生的实际出发,把握好新输入信息和学生认知的"交接区",为学生提供适当的问题情景和实例,调动学生已有的知识和经验,

重视知识形成过程，把握教学内容与学生已有知识和认知连接的“最近发展区”。教师在教学任何一个新内容时，首先应该分析这些概念是建立在哪些知识基础上的，这些作为基础的知识在教材上是什么阶段、什么背景下、以什么样的提法出现的；在知识发展过程中，它又经历了什么延伸和变化；以及随着时间的推延，学生对这些知识的记忆、掌握或变迁的情况。然后注意引导和培养学生去归纳概括所学的知识，使学生在形成相应能力的同时，把知识结成网、联成串、并成块，以便增大学生的“功能知识单元”。例如我校数学组教师赵刊在讲“数列的概念”时，这样设计教学程序：先让学生求函数 $f(n)=2n-1(1\leqslant n\leqslant 10, n\in \mathbf{N}^*)$ 的值域，即$\{1,3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$。集合中的元素是没有顺序的，如果我们规定将这些函数值按照自变量 n 由小到大的顺序排列，那么，这样排列的一系列函数值就叫做一个数列。由此引入数列的定义：“按一定次序排列的一列数叫做数列”。这样引入有两点好处：一是为数列概念的理解和进一步研究数列的性质打下了良好的基础；二是学生对集合与函数的概念已经比较熟悉了，通过求函数的值域，并对函数值依次排成一列，使学生对集合、函数与数列的关系有一个更加明确的认识，非常轻易地突破了数列实质上是特殊的函数这一难点。学生认知结构的优化和发展，都是在其学习过程中，依靠原有认知结构对新知识的不断同化和顺应。无论是同化还是顺应，都是通过教师和学生相互作用的活动来实现的。可见，作为数学教师认真研究学生认知结构的发展，不仅现实，且很有必要。

2. 创设和谐的情感氛围

课堂教学过程不仅是在特定情境下学生习得知识、形成能力的过程，也是一个师生之间认识因素和情感因素交互作用的过程。创造良好的教学气氛是保证有效进行教学的首要条件。首先，教师要乐教，保持精力充沛的教学热情。教师把高度的热情带进课堂，就是将勃勃的生机和无限的活力注入课堂，能够感染学生，使学生乐于接受及输出信息。其次，要建立良好的师生关系，为教师和学生

提供一种心情舒畅、气氛融洽的心理环境。只有师生感情产生共鸣，才能使学生对数学课产生浓厚的兴趣，点燃其心智火花，活跃课堂气氛，增强教育教学效果。所以说，和谐的情感氛围具有特殊的教育功能，这要求教师热爱、尊重、关心学生，让学生感到亲切、真诚、踏实，以情育情，在师生之间建立起和谐的关系，使学生"亲其师，信其道"。再次，教师要多给学生积极的正强化，尊重学生的人格。学生在大胆阐述自己的见解时，难免有幼稚的观点，教师不能不耐烦，摆架子，要耐心引导，发现"闪光点"就要给予肯定和表扬。此外，在面向全体学生的同时，要注意给学困生以"偏爱"，让他们从教师的关心和鼓励中树立起学习的信心。

3. 激发主动探索的内驱力

学生由社会责任感、成就动机、兴趣爱好及恐惧挫折等心理产生的探索新知的内驱力，对其学习活动具有激活、指向和增力作用。这就要求教师在教学中，要善于激发学生学习的内在动机，将传统的"传道、授业、解惑"，上升到让学生发现问题、探索问题和解决问题的新高度，以培养学生独立钻研、主动探索、解决问题的能力。例如，在推导等比数列前 n 项和的公式时，首先启发学生考虑 S_n 与 a_n 的关系，以及等比数列的通项公式，看谁能自己独立（或合作）推导出等比数列前 n 项和的公式，这样放手让学生独立探索或合作探究，得到下列几种非常精彩的推导方法：

方法一：$\because$
$$\begin{aligned} S_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n \\ &= a_1 + a_1q + a_1q^2 + \cdots + a_1q^{n-1} \\ &= a_1 + q(a_1 + a_1q + a_1q^2 + \cdots + a_1q^{n-2}) \\ &= a_1 + q(a_1 + a_1q + a_1q^2 + \cdots + a_1q^{n-2} \\ &\quad + a_1q^{n-1}) - a_1q^n \\ &= a_1 + qS_n - a_1q^n, \end{aligned}$$

$\therefore (1-q)S_n = a_1(1-q^n)$。

当 $q \neq 1$ 时，$S_n = \dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}$；

当 $q=1$ 时，$S_n=na_1$。

方法二：$S_{n+1}=S_n+a_{n+1}$，即 $a_1+qS_n=S_n+a_{n+1}$

当 $q\neq 1$ 时，$S_n=\dfrac{a_1-a_{n+1}}{1-q}=\dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}$。

方法三：与课本介绍的方法相同（即错位相减法）。

赵刊老师让三位学生展示出他们的探索成果时，不仅展示的同学深深体验到成功的快感，而且其他同学也感觉到置身于“问题解决”之中，处于一种“强烈冲动”和“愤悱不止”状态，达到了主动参与、主动探索的良好境界。

4. 针对差异，分层施教

面向全体学生，提高整体素质，乃是素质教育的宗旨，但这并不意味着“齐步走”和“削尖拉平”。由于遗传、环境和教育等因素的不同，学生的个性、心理倾向、知识基础、接受能力在发展过程中呈现差异，教师既要重视他们共同的发展水平和变化趋向，又要正视他们的发展差异，注重因材施教，分层施教。在教学过程中，必须强调教师对学生的主导作用——整体把握，分层推进。教学过程的整体设计应是在教师的引导下，让全体学生充分参与新知识的学习过程，展开自学、演练、讨论等一系列认知过程。由于学习水平的差异，必然出现各类学生参与程度、学习收效、所遇学习障碍等不同现象，这时，教师要紧紧抓住时机，及时询问各类学生对所学内容的认知情况，及时了解各类学生学习所遇疑难，获取整体情况，并以此为依据，因势利导，分层指导，进行反馈补偿教学。原则是面向中等，兼顾优、差，对高层次的学生可让其“主动走”，按照教师提供的自学提纲（或B级练习题）自学思考，对低层次的学生让其“扶着走”，接受教师的直接教学，努力使各层次的学生在相应的“最近发展区”内得到充分发展，学有所得，既能“吃了”，也能“吃饱”。

（三）从培养学生思维能力出发探索教学策略

素质教育的目标之一就是培养和提高学生的各种能力，而思维能力是各种能力的核心，因此，教师应从培养学生思维能力的高度，

积极探寻有效的教学策略。

1. 引发情趣，激发思维

掌握知识和获得实际技能是在教师指导下进行的复杂的认识活动，而激发学生的学习兴趣，引起求知欲望则是推动学生进行这一活动的主要动力。在教学中要真正产生这种动力，就要求每个教师千方百计燃起学生对课程的爱恋之火，使他们热爱数学这门课。在课堂上，教师应充分运用教材中的情境、情理、情趣、情态作诱发物，结合教学实际，巧妙地设置悬念性问题，将学生置身于“问题解决”中去，使学生产生好奇心，激起学生的情思，从而活跃学生思维，引发他们充分的探索和想象，如我校高一数学组老师在讲“指数函数”时，备课组首先提出这样一个问题：将 0.01 mm 厚度的薄纸对折 50 次后，有多高？问题在课堂上一提出，同学们的兴趣就来了，通过计算，有 2^{50} mm，大约为 1.13×10^8 km，相当于地球到月亮的距离的 30 倍。紧接着再问：如果设对折的次数是 x，纸的总厚度是 y，那么 y 与 x 的函数关系式是什么？同学们阅读教材后，不难得出 $y=2^x$，这样引进指数函数的概念就显得很自然，同时与生活中实际问题联系起来，迅速点燃学生思维的火花，使学生认识了数学知识的价值，产生了学习兴趣。

2. 启发诱导，启迪思维

教育家叶圣陶先生说过：“教师之主导作用，盖在于引导启迪，使学生自奋其力，自致其用”，启发诱导原则是现代教学论中与思维培养直接相关的一条重要的教学原则。它强调教学中不仅要让学生亲自去经历对问题的思考过程，寻找思考的方法，积累思维的经验，而且还要不失时机地给学生创造思维背景，加以诱导启迪，使学生产生多向思维，自由地联想、想象，触发灵感的产生，达到思维的最佳效果。比如在学习“等差数列”这一小节时，先提出问题：若一个数列 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n, \cdots$ 是等差数列，它的公差是 d，那么数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是什么？

此时，让学生们阅读教材后，自己试着求出 a_1、a_2、a_3、a_4，并对此

进行分析归纳，猜想出通项公式（利用递推关系，由特殊到一般），

$$a_1 = a_1, a_2 = a_1 + d, a_3 = a_1 + 2d, \cdots\cdots,$$

由此猜想

$$a_n = a_1 + (n-1)d。$$

值得一提的是："观察——归纳——猜想——证明"是获得发现的重要途径。但是由上面的方式得出的通项公式只是一种猜想，还需要加以证明。

接着再问：如何证明猜想出的通项公式？

引导启发学生：根据等差数列的定义，有

$$a_2 - a_1 = d, a_3 - a_2 = d, a_4 - a_3 = d, \cdots, a_n - a_{n-1} = d。$$

通过观察上面的一系列等式，你发现了什么特点？这些等式之间有什么关联？同学们经过积极的思维，提出了下面两种不同于课本的新颖证法：

方法1（利用叠加法）：

$$a_2 - a_1 = d, a_3 - a_2 = d, a_4 - a_3 = d, \cdots, a_n - a_{n-1} = d。$$

把这 $n-1$ 个式子相加并整理，得

$$a_n = a_1 + (n-1)d。$$

又当 $n=1$ 时，左边 $= a_1$，右边 $= a_1 + (1-1)d = a_1$。

公式也适用。故通项公式为

$$a_n = a_1 + (n-1)d。$$

方法2（利用递推关系，倒推法）

$$\begin{aligned} a_n &= a_{n-1} + d \\ &= a_{n-2} + 2d \\ &= a_{n-3} + 3d \text{（注意 } a_k \text{ 的下标与 } d \text{ 的系数的关系）} \\ &= \cdots\cdots \\ &= a_1 + (n-1)d。\end{aligned}$$

($n=1$ 时的验证同方法 1)。

当两位同学将他们的证法展示出来时，大家都赞叹不已，为这种创新思维而欣喜。

3. 挖掘教材潜在功能，培养学生学习方法

"授人以鱼，只供一餐；授人以渔，终生受益。"这就要求教师不仅要交给学生学习的"钥匙"，更重要的是让学生懂得如何制造"钥匙"，帮助他们提高学习能力。因此，教师在课堂教学过程中，要充分挖掘教材中的潜在功能(数学思想和数学方法)，指导学生读书的习惯，培养他们良好的学习方法和坚忍不拔的学习毅力。

(四) 从教师的教学方法出发探求教学策略

素质教育的宗旨就是面向全体学生，使他们学会学习。而数学课堂教学是一项综合性的创造活动，教学活动的效能很大程度上取决于教师，因而教师是整个教学的主导。

1. 改革方法，让研究性学习方式走进课堂

传统的教学模式就是注重传授知识，应付考试，因而忽视学生能力的培养和素质的提高，一个明显的教学手段就是注入式教学。不抓重点、难点，一味机械灌注，不管学生是否接受和消化。这种教学方法的单一性抹煞了教学过程的复杂性，不能反映教学的本质规律，当然也就难以取得理想的教学效益。为此我们在数学课堂中实施阅读教学，冲破传统教育思想的束缚，走出一条新路，尝试让研究性学习方式走进数学课堂。首先拟定好学习提纲，让学生分小组合作研究探索，然后在课堂上采取"小组答辩记分法"的方式，解答问题。这样"先学后教，以教导学，以学促教"，教师通过抓纲扣本、精讲善诱来促进学生的智力活动，紧张有序、活泼高效，真正摆正了教师为主导、学生为主体的关系，使课堂教学成为师生共同参与、相互作用、创造性地实现教学目标的过程。学生在课堂上获得的知识，不是由教师"灌"进去的，而是通过自己动脑、动手、动口主动获得的。教师的主导作用只在于组织引导，质疑解难。这样的改革有效地制约了教师"满堂灌"的习惯，培养了学生独立钻研、主动探索、解决问题的能力。

2. 借助工具，提高效率

直观教学是数学的一个特点，适当地选用直观教具进行演示和发挥先进电教工具的作用，既能构建教学情境，丰富学生的感性认识，提高学生认识、记忆和应用知识的水平，激发学习的兴奋点，又能增加教学密度，节省时间，提高单位时间内的教学效率。数学课上，使用电脑多媒体、挂图、模型、小黑板、课本、粉笔等工具，能使学生不知不觉地走进知识境地。利用电脑多媒体投影展现出逼真的图象，会使课堂教学生动形象，引人入胜。

下面是我校数学组引导学生阅读解决问题的一些例子：(略)

七、课题研究的效果

1. 课题的研究促进了教师教学方式的转变

2. 课题的开展促进了学生学习方式的转变

3. 课题的研究更新了教师的教学理念，提高了课题组成员的科研水平

4. 课题研究促进了教师专业成长

八、问题与反思

1. 如何最有效地在数学课堂上实施数学阅读教学？

2. 如何将数学阅读教学与其他的教学模式合理、有机地结合起来？

3. 如何评价学生的数学阅读能力，难道仅能用解决数学问题的能力来衡量吗？

西南交大附中的研究报告条理清晰，结构严谨，有理论依据，有案例支撑，言简意赅，是一篇较好的研究报告。

第 2 节　数学教育科研论文的写作

数学教育科研论文的写作是对数学教育认识的深化，对数学教

师来说，是很重要的。

数学教育科研论文基本结构为三部分：

1. 标题、署名、摘要、关键词。
2. 引言、正文、结论、鸣谢。
3. 参考文献和补充材料。

一、标题

标题在稿纸的第一行居中书写。

标题是文章的前额与眼睛，是牵动全文的关键，是一篇论文的缩影。应用最恰当、最鲜明的词组反映数学教育教学论文中最重要的内容和逻辑组合，使读者看完标题，就可知道论文论述的宗旨。确定标题要做到：准确得体、简短精练、选词准确。

标题的字数一般不宜超过 20 个字，并尽量不要使用标点符号（有时以空格代替逗号或分号）。

若有副标题应先加破折号，且破折号应比正标题第一字后缩两格。

二、作者

与标题相隔一行居中书写，其下可加圆括号注明作者的工作单位和邮政编码。

对多名作者又不属同一单位者，可将圆括号放在作者姓名之后，整体位置则应左移。

署名要实事求是，是个人研究就署个人名，是集体研究就署集体名。另外署名还有文责自负的作用，谁署名，谁对文章负责。

三、摘要

与作者相隔一行左顶格书写“摘要”两字，然后空一格书写摘要的具体内容。

摘要通常比较醒目或用有别于正文的字体方式刊出文章的主

要内容，帮助读者了解文章的主题。摘要要写清楚研究的目的、作者的观点、成果的意义及结论。

数学教育论文一般采用50～300字的"指示性摘要"，简单地点明论文的论题，介绍论文的主要写作目的和结论即可。

摘要须用第三人称书写(不要写成"本文……")，且不加注释、不做评论、不分段落。

四、关键词

关键词作为论文的一部分，列于摘要段之后，左顶格书写"关键词"三字，然后空一格书写关键词词条。

关键词是指从论文的正文和摘要中抽出的，并在表达论文的内容、主题等方面具有实际意义，起关键作用的名词术语。关键词以3～8个为宜，4～5个最佳，太少了起不到标引作用，太多了反而冲淡主题。关键词是一种非标准化的主题词，有较大的随意性，有条件的应逐步向主题词过渡。

如巩子坤的"论'双基'下的接受学习"(《数学教育学报》2008.6)一文的关键词是这样书写的：

关键词　双基;知识性质;学习效率;接受学习;平衡

五、前言

前言阐述数学教育研究问题的提出、研究背景、研究性质与范围，突出数学教育研究课题和研究的意义。

在数学教育研究论文中，"前言"常常就是文章的开头。前言的写作要求是言简意赅，突出重点，开门见山，不绕圈子，实事求是，少用套语，尽可能地以引人入胜的笔法吸引住读者，使他很愿意继续读下去。

六、正文

正文是文章的核心部分。在论文中占主要篇幅，此部分写作可

采用分总式或总分式。分论点的写作可采用并列式或递进式。如：先提出总论点，然后同时将几个分论点并列论证；或先提出总论点，然后将分论点按层次递进论证，步步深入。总之，要求作者按自己的观点合理取舍材料，按照一定的逻辑关系组织文章。内容要全面、正确、先进，论点要明确，论据要充分，论证要合理，文字表达要准确。

每行之首不应出现句号、分号、逗号、顿号、感叹号以及后半个引号或括号。

分标题的序号应采取“阿拉伯数字统一编号法”，即：

第一级	第二级	第三级
1	1.1	1.1.1
2	1.2	1.1.2
3	1.3	1.1.3

分标题序号一律左顶格书写，其后空一格再写正文。这种宝塔式的章、节、段序号用得太多则会给人一种沉闷的感觉，因此也可将三级标题写成：

第一级	第二级	第三级
一、	1.	(1)

但不能左顶格，而应在每行开头空两格之后再写。

在数学教育研究论文中，关于论文格式的几个要点：

1. 正确使用标点符号；
2. 文章中的所有“。”用“.”；
3. 正文用小四号体，1.5 倍行间距；
4. 所有数学公式及符号需在公式编辑器状态下打印；
5. 用文字“因为”，“所以”；
6. 标注页码。

七、结论

结论包括了结论和建议两部分，是全文的总结，或写为结束语、

结果、总结都可。结论要归纳总结正文，建议要根据结论提出建设性意见和对策。

在数学教育研究论文中，"结论"往往就是文章的结尾，好的结尾自然、简明、精彩，既点明了主题，又发人深思。

有些文章或戛然而止没有结尾，或貌似谦虚地写上几句"由于作者才疏学浅，加上时间匆促，缺点错误在所难免，敬请读者批评指正"之类的客套话，这都是不可取的。

如苟长义"以数学文化的融入改进文科数学教学"(《数学教育学报》2008(6))一文的开头和结尾的写法就很好。

开头："数学文化"一词近年来在我国越来越广泛地被使用，但该词至今尚没有一个为大家共识的定义。本文的题目是"以数学文化的融入改进文科数学教学"。有人可能说，数学本身就是文化，再谈"数学文化融入数学教学"，是否有些不通？是否有同义反复的毛病？

结尾：当在文科数学教学中较好地做到数学文化的"融入"时，就可能改变那种"定义——定理——公式——例题"的教学模式，在文科专业学生面前展现出数学本应具有的风采和魅力，引起学生学习的兴趣，从而提高学生的思维品质，培养学生的数学素养，达到改进文科数学教学的目的。

八、鸣谢

向在本研究中对研究工作有过实质性帮助的人们表示感谢。鸣谢的言辞要恳切，实事求是，恰如其分，而不应失之浮夸或单纯的客套。

九、参考文献

参考文献一般附在结束语之后。写上参考文献，反映科学的继承性。

著录的原则是：只录必要的、最新的；只录公开发表的（无统一

书号、统一刊号的内部资料不应该引用)；格式力求规范化。

目前对参考文献的著录仍比较混乱，许多杂志和作者按“老规矩”自行其是，但认真执行国家标准已是必然的趋势。

此处只对几种常见类型参考文献的著录格式作一简单的介绍。

(1) 专著

著录格式：作者. 书名. 版本[文献类型标识]. 出版地：出版者，出版年. 引文起止页码.

说明：文献类型标识可根据期刊或出版社的要求决定是否列出(常用标识是：专著 M、期刊文章 J、报纸文章 N、论文集 C、学位论文 D、报告 R、标准 S、专利 P、专著或论文集中的析出文献 A)。

[例]

[1]李兴贵等. 新课程数学阅读教学新论[M]. 成都：四川大学出版社，2006，10.

(2) 连续出版物中的文献

著录格式：作者. 题名[文献类型标识]. 出版物名称，版本或出版年，卷(期)：在原出版物中的起止页码.

[例]

[2]幸世强. 足球面上的数学[J]. 中学生数学(高中版)，2001，28(5)：478－482.

顺便说一下，著录参考文献应实事求是，一忌罗列大量书刊摆出吓人的架势，二忌将本人的著作或文章一一排出以炫耀自己，一般五千字上下的数学教育论文，列出 4～6 篇参考文献也就差不多了。

第7章 数学教学论文的写作

第1节 数学教材分析研究论文的写作

现代教学论认为，要实现教学最优化，就必须实现教学目标最优化和教学过程最优化。数学教材的分析和教法的研究，正是实现教学过程最优化的重要内容和手段。

数学教材分析是教师备课中一项重要的工作，是教师进行教学设计、制订教学计划的基础；是备好课、上好课和达到预期的教学目标的前提和关键，对顺利完成教学任务具有十分重要的意义。数学教材分析和教法研究的过程，既是教师教学工作的重要内容，又是教师进行教学研究的一种主要方法，这个过程能够充分体现教师的教学能力和创造性的劳动。所以教材分析的过程，就是教师不断提高业务素质和加深对教育理论理解的过程，对提高教学质量，提高教师自身的素质都具有十分重要的意义。

数学教材分析总的要求是：要深入理解和钻研数学课程标准，充分领会教材的编写意图，熟悉整个教材的基本内容，了解教材的各个部分在整个学科、篇、章或课时中所处的地位；具体分析教材的内容，包括数学教材的知识结构体系、教学目的和要求、数学教材的特点、数学教材的重难点和关键点。根据教学目的、内容和教学原则，按照教学大纲要求，结合学校和学生的实际情况，研究如何优化

处理教材，如何突出重点、抓住关键、克服难点，明确教材中培养学生的能力因素，选择恰当的教学方法和教学手段，写出可行的教学方案，才能提高教学质量。通过教材分析，可以逐步培养教师分析、研究和处理教材的能力，提高他们的业务能力。

数学教材分析的依据是数学课程标准、数学教材和学生，同时还需要参阅必要的数学教学参考书。这里必须指出，尽管数学教材是数学课程标准的具体化，是教和学的主要依据，但是，不能就数学教材分析数学教材，而应该站在数学课程标准的高度去分析教材，研究教法。因此，钻研数学课程标准、领会其实质，是进行教材分析的首要步骤。钻研教学大纲和教材，还应当用历史发展的观点去分析研究，才能结合课程标准真正领会教材的编写意图，才能对教材的内容和编写特点，以及教材内容的处理方式有深入的认识。教师备课上课不能单纯从教材出发，停留于对教材的钻研，还必须研究学生。了解学生学习的心理特点和思维障碍，了解学生原有的知识基础和已掌握的知识和技能的深广度，了解学生的学习目的、学习方法、兴趣爱好等。只有在认真钻研数学课程标准、教材内容和深入了解学生的基础上，才能很好地去组织教材，选择恰当的教学方法，突出重点，克服难点，这个过程包括了教师对教材内容的自我意识、自我转化和创造性构思。否则教材教法的分析和研究就可能无的放矢或流于形式。

数学课程和数学教材分析论文的写作包括：**每章的教育目标、每章的设计意图、每章的教学建议、每章的内容分析、每章的小结回顾。**

案例

高中数学教材分析

（江苏省中小学教学研究室）

第二章　函数概念与基本初等函数Ⅰ

我们生活的世界时刻都在发生变化，变化无处不在。对这些变

化着的现象都可以用数学有效地描述它们的变化规律。函数正是描述客观世界变化规律的重要数学模型，通过函数模型可以帮助我们科学地预测将发生什么，进而解决实际问题。因此，学习函数知识对研究客观世界、掌握事物变化规律具有重要的意义。

一、本章教育目标

函数是本章的核心概念，也是中学数学中的基本概念。高中阶段不仅把函数看成变量之间的依赖关系，同时还用集合与对应的语言刻画函数，函数的思想方法将贯穿高中数学课程的始终。

1. 了解函数概念产生的背景，学习和掌握函数的概念和性质，能借助函数的知识表述、刻画事物的变化规律。

2. 理解有理指数幂的意义，掌握有理指数幂的运算性质；掌握指数函数的概念、图象和性质。

3. 理解对数的概念和意义，掌握对数的运算性质；掌握对数函数的概念、图象和性质。

4. 了解幂函数的概念和性质。

5. 知道指数函数、对数函数、幂函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型。

6. 了解函数与方程之间的关系，会利用二分法求一些简单方程的近似解；了解函数模型及其意义。

7. 培养学生的理性思维能力、辩证思维能力、分析问题和解决问题的能力、创新意识与探究能力、数学建模能力以及数学交流能力。

8. 通过现代信息技术的合理应用，让学生体会到现代信息技术是认识世界的有效手段和工具。

9. 使学生体验数学的文化价值，感受数学的美，培养学生利用运动变化的观点观察事物，进一步树立科学的人生观、价值观和辩证唯物主义世界观。

二、本章设计意图

本章立足于现实生活，从具体问题入手，以问题为背景，按照

“问题情境——数学活动——意义建构——数学理论——数学应用——回顾反思”的顺序结构，引导学生通过实验、观察、归纳、抽象、概括，数学地提出、分析和解决问题。运用集合的观点，理解函数的概念，研究函数的性质，最后利用函数的知识和思想解决相关问题，体会函数与方程的有机联系。通过函数知识的学习，使学生进一步感受函数是探索自然现象、社会现象基本规律的工具和语言，学会用函数的思想、变化的观点分析问题和解决问题，达到培养学生创新思维的目的。

本章涉及的数学思想方法又可分为两个层次：一是一般科学方法，如观察、实验、比较、分析、综合、归纳、类比、抽象等；二是数学中常用的数学思想方法，如函数与方程、数形结合、符号化与形式化、分类讨论、化归等。

围绕教育目标和数学思想方法，本章有针对性地进行如下设计：

为了使学生了解函数概念产生的背景，丰富对函数的感性认识，获得认识客观世界的体验，本章采用“突出主题，螺旋上升，反复应用”的方式，以实际问题为主线，由浅入深，将函数的知识串联起来，既完善了知识体系的完整性、系统性，又体现了知识之间的有机联系和一以贯之的研究手段。

函数引入中的三个问题：我国从 1949 年到 1999 年的人口数据表、自由落体运动中物体下落的距离与时间的关系式、某城市一天 24 小时内的气温变化图，既与初中时学习的函数内容相联系，又蕴含了函数的三种表示方法——列表法、解析法、图象法，起到了承上启下的作用。这三个实际问题背景，既是函数知识的生长点，又突出了函数的本质，为从数学内部研究函数打下了基础。而某城市一天 24 小时内的气温变化将函数概念、函数的图象、函数的单调性、函数的零点有机地贯通。

为了所有学生都能参与到数学学习中来，激发每一个学生的学习热情和学习兴趣，培养学生的实践能力、观察能力、判断能力，教材设置了旁白、思考、探究、实验、阅读、链接等内容，为学生主动探

究数学知识的产生和发展提供了空间，从而促使教学方式和学生学习方式的改变。

为了适应学生个性发展的需要，教材在练习的基础上，将习题分为“感受·理解、思考·运用、探究·拓展”三个部分。“感受·理解”面向全体学生，体现了本章的基本要求，初步理解函数知识，并用来解决一些简单的问题；“思考·运用”面向多数学生，深化对函数概念的理解，并能运用函数知识解决一些较复杂的问题；“探究·拓展”为学生提供一些富有挑战性的问题，以激发学习兴趣，拓宽视野，提高数学素养。

本章注重信息技术与相关知识的整合。利用信息技术在信息收集、资源获取、数据计算、视觉显示等方面的优势，丰富学习手段，呈现以往教学中难以呈现的课程内容。如在作指数函数、对数函数、幂函数的图象以及探索方程根的存在性与二分法求方程的近似解、数据拟合等活动中，多次利用 Excel 等现代信息技术，并且通过旁白、阅读等作了使用信息技术的提示，鼓励学生运用计算机、计算器等进行探索和发现，感受现代技术手段在数学学习中的作用，促进学习，帮助学生认识数学的本质。

为了使学生了解和掌握函数的基本研究方法，本章多次设计了让学生观察、思考、判断的情境。如在函数的单调性、奇偶性的学习过程中，引导学生观察函数的图象，由图象的直观性理解数学的本质，培养学生的观察、判断、抽象、概括能力。在基本初等函数（指数函数、对数函数、幂函数）的性质、方程的解与函数的零点的关系、二分法求方程的近似解等知识点，也进行了多次的探索。

为了使学生了解数学是人类文化的重要组成部分，了解数学在人类文明发展中的作用，体现数学的文化价值，本章在旁白、阅读材料、探究案例中介绍了无理指数幂、对数的发明者与发展历史及其价值、开普勒、钢琴与指数曲线等，使学生感受到数学对推动社会发展的作用，明白数学的社会需求是数学发展的动力，了解数学家的创新精神，逐步形成正确的数学观，激发学生学习数学的兴趣。

在学生的能力培养上，本章也进行了整体设计。通过对函数知识的运用，培养学生的理性思维能力；通过探究、思考，培养学生的实践能力、观察能力、判断能力；通过揭示对象之间的内在联系，培养学生的辩证思维能力；通过实际问题的解决，培养学生分析问题、解决问题和交流的能力；通过案例探究，培养学生的创新意识与探究能力；通过实习作业，培养学生的数学建模能力和实践能力。

三、本章的教学建议

函数是中学数学中的一个重要概念，函数是高中数学的基础。学生学习函数的知识分四个阶段。第一个阶段是在初中，学生已经接受了初步的函数知识，掌握了一些简单函数的表示法、性质、图象。本章是第二个阶段(数学 1)，第三个阶段将学习三角函数(数学 4)、数列(数学 5)，第四个阶段在选修课程中，如导数及其应用、概率(选修系列 2)、参数方程(选修系列 4)等都仍然要涉及函数知识的再认识，是对函数及其应用研究的深化。本章在学生学习函数知识的过程中只是一个中间环节。为了为后续阶段的学习打下良好的基础，这里应该在初中学习的基础上，系统学习函数知识，培养学生应用函数知识的意识。

对于函数概念的引入，教材通过具体实例，让学生体会函数是数集之间的一种特殊的对应关系。教学应从学生已有的函数知识入手，引导学生联系自己的生活经历和实际问题，尝试列举各种各样的变化，在集合的基础上，构建函数的一般概念。如：

(1) 随着二氧化碳的大量排放，地球正在逐渐变暖；

(2) 打电话时，通话费用与通话时间之间的关系；

(3) 中国的国内生产总值正在逐年增长；

(4) 汽车行驶中，耗用的汽油与路程的关系；

等等。

形式化、符号化，是数学的重要特征，如所有的函数关系都可以用 $y = f(x)$ 来表示，不仅简单，而且深刻。又如在说明单调增函数时，符号语言“当 $x_1 < x_2$ 时，都有 $f(x_1) < f(x_2)$ ”是对自然语言

“随着 x 的增大，$f(x)$ 也增大”的精确刻画。这样，学生在说明函数的单调性时，就有了一个形式化的模式，便于书写说明。教学时应将这两种描述方式进行对比，使学生体会到使用符号语言的优点和美感，养成运用符号语言的习惯。

数学的发展引起了计算工具的改革和进步，反过来，计算工具的广泛应用，又促进了数学的发展。为了帮助学生体会函数是刻画现实世界中变量之间依赖关系的数学模型，充分利用现代信息技术体现数学的应用功能，教师应有意识地利用适当的信息技术辅助教学。

在教学过程中，应突出本章的核心——函数，其本质是两个变量之间的相互依赖关系，体现函数对应法则的“输入、输出”功能，函数的性质只是对应法则在函数定义域上的表现，离开了函数的定义域谈函数的性质是没有意义的。应重视问题提出的背景，充分发挥这些问题的载体作用，体现它们的数学价值。

本章的教学大约安排 32 课时。具体如下：

2.1　函数的概念与图象	约 10 课时
2.2　指数函数	约 5 课时
2.3　对数函数	约 5 课时
2.4　幂函数	约 2 课时
2.5　函数与方程	约 3 课时
2.6　函数模型及其应用	约 3 课时
数学探究案例——钢琴与指数曲线	约 1 课时
实习作业	约 1 课时
小结与复习	约 2 课时

四、本章教材分析

2.1　函数的概念与图象

1. 教学目标

(1) 体会函数是描述变量之间的依赖关系的重要数学模型，理解函数的概念；

(2) 了解构成函数的要素有定义域、值域、对应法则，会求一些

简单函数的定义域和值域；掌握函数的三种表示方法（图象法、列表法、解析法），会根据不同的需要选择恰当的方法表示函数；了解简单的分段函数，并能简单地应用；

(3) 理解函数的单调性、最大(小)值及其几何意义，能判别或证明一些简单函数的单调性；了解奇偶性的含义，会判断函数的奇偶性，能证明一些简单函数的奇偶性；学会运用函数图象理解和研究函数的性质；

(4) 了解映射的概念，进一步了解函数是非空数集到非空数集的映射；

(5) 通过本节的学习，使学生学会用运动、发展、变化的观点认识世界。

2. 编写意图与教学建议

(1) 函数的概念

以生活中的现象为背景，引出描述两个量之间依赖关系的必要性，上承集合，下引函数。描述三个问题的方法各不相同，与函数的三种表示方法相对应。通过背景设计激发学生在集合的基础上研究两个量之间关系的欲望和兴趣。这三个问题是这一章的核心背景，后面将多次引用。

函数概念的教学要从实际背景和定义两个方面帮助学生理解函数概念的本质。函数概念的引入，一般有两种方式，一种方式是先学习映射，再学习函数；另一种方式是通过具体实例，体会两个非空数集之间的一种特殊的对应关系（单值对应），即函数。考虑到多数高中学生的认知特点，为了有助于他们对函数概念本质的理解，教材采用后一种方式，从学生已掌握的具体函数和函数的描述性定义入手，引导学生联系自己的生活经历和实际问题，尝试列举各种各样的函数，构建函数的一般概念。

通过本节的学习，使学生学会用运动变化的观点认识世界。

在进一步体会两个变量之间的依赖关系的基础上，学习用集合与对应的语言来刻画单值对应，领悟函数就是从一个数集到另一个

数集的单值对应。“单值对应”是函数对应法则的根本特征。“箭头图”给出了“单值对应”从一个集合到另一个集合的方向性，应突出“输入”与“输出”的关系。

在构建函数的概念时，要重点突出一个对象对另一个对象的依赖关系。在函数的定义教学时，需突出以下几点：

(a) 集合 A 与集合 B 都是非空数集；

(b) 对应法则的方向是从 A 到 B；

(c) 强调“非空”、“每一个”、“唯一”这三个关键词。

符号 $f(x)$ 是一个抽象的概念，是对函数概念的深化，可以理解为对应法则 f 对自变量 x 作用。$f(a)$ 是 $f(x)$ 在 $x=a$ 时的函数值。教学时注意发展学生的数感、符号感。

使学生进一步体会对应关系（对应法则）在刻画函数概念中的核心作用。一般地，如果函数的对应法则与定义域都确定了，那么函数的值域也确定了。

在实际情境中了解图象法是描述两个变量之间函数关系的一种重要方法。

作函数 $y=f(x)$ $(x\in A)$ 的图象，就是在直角坐标系内作出点集 $\{(x,\ f(x))\mid x\in A\}$ 或 $\{(x,\ y)\mid y=f(x),\ x\in A\}$。函数 $y=f(x)$ $(x\in A)$ 的图象在 y 轴上的射影构成的集合对应着函数的值域。从“形”的角度，进一步加深对函数概念的理解。

教材“阅读”中，力求通过信息技术与课程内容的整合，激发学生对学习的兴趣。应鼓励学生，把现代教育技术作为学习研究和探索解决问题的工具。例如，利用计算器、计算机画出函数的图象，探索、比较函数的变化规律，为研究函数的性质，以及以后学习求方程的近似解、数据拟合等打下基础。

在本节的习题中，注意了复合函数概念的渗透。

(2) 函数的表示法

在实际情境中，会根据不同的要求选择恰当的方法表示函数，理解同一个函数可以用不同的方法表示。第 2.1.2 节仍然以第

2.1.1 节开头的三个问题为背景，引入函数的表示方法，体现知识情境呈现的一致性。列表法、解析法和图象法是三种常用的函数表示方法。在教学中除了书中的例子外，还应引导学生多举一些社会生活或其他学科中的例子，以加深对函数表示法的理解。

列表法简洁明了，函数的“输入值”与“输出值”一目了然。

中学阶段研究的函数主要是用解析式表示的函数，在教学中注意回顾与复习初中所学的内容，如一次函数、二次函数、反比例函数等，为后面学习建立函数模型研究实际问题打基础。

图象法的优点是能直观地反映函数值随自变量值变化而变化的趋势。

了解简单的分段函数的特点及应用。分段函数是指函数的表达式是分段表示的，它是一个函数。分段是对于定义域而言的，将定义域分成几段，各段的对应法则不一样。教学过程中，可让学生收集一些实例，诸如邮资、出租车费、电话费等资料。

如果在直角坐标系内给出了函数 $y=f(x)$ 的图象，那么，求 $f(a)$ 的值只要作直线 $x=a$ 与函数 $y=f(x)$ 的图象交点，所得的点的纵坐标就是 $f(a)$ 的值。这为后面学习利用函数的图象求解方程做准备。

根据实例，使学生感受到函数就在身边，体会到数学知识的广泛应用性，培养学生的抽象概括能力和解决问题的能力。

(3) 函数的简单性质

以本节开头问题中的气温曲线引出函数的单调性。通过生活实例感受函数单调性与函数奇偶性的意义，培养学生的识图能力与数形语言转换的能力。

函数的简单性质包括函数的单调性与函数奇偶性。

为了说明函数 $f(x)$ 在某个区间上不是单调增(减)函数，只需在该区间上，找到两个值 x_1、x_2，当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)\geqslant f(x_2)$（或 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$）成立。

函数的单调性是对定义域内某个区间而言的，它反映的是函数

的局部性质，函数在某个区间上单调，并不能说明函数在定义域上也单调。

让学生体会函数最大（小）值与单调性之间的关系及其几何意义，引导学生通过函数的单调性研究最大（小）值。

通过已学过的函数特别是二次函数，进一步理解函数的单调性、最大（小）值及其几何意义。

由实例，通过观察图象，抽象出函数奇偶性的定义。在教学中要注意展现出探索过程，引导学生关注函数图象的对称性与函数奇偶性的关系。

只要函数的定义域内有一个 x 值不满足 $f(-x)=-f(x)$（或 $f(-x)=f(x)$），这个函数就不是奇（偶）函数；或只要函数图象上有一个点不满足"关于原点（或 y 轴）的对称点都在函数的图象上"，这个函数就不是奇（偶）函数。

（4）映射概念

了解映射的概念。在讲解映射的概念时应指出，映射是函数概念的推广，函数是一类特殊的映射。对于映射 $f:A\rightarrow B$ 而言，集合 A、B 可以是数集，也可以是点集或其他集合。

关于映射中象与原象的概念，以及映射的分类，一般不要涉及。

函数是两个非空数集之间的映射。

2.2　指数函数（略）

2.3　对数函数（略）

2.4　幂函数（略）

2.5　函数与方程（略）

2.6　函数模型及其应用（略）

探究案例——钢琴与指数曲线

编写意图与教学建议

通过钢琴曲线这一实例，体验数学与现实世界有着密切联系，认识到数学是分析、研究客观世界变化规律的重要工具，这既利于培养学生探究、解决问题的能力，又利于激发学生用数学知识研究

现实世界的欲望。

本章回顾

主要对本章学习的内容、知识生长的过程、重要的研究方法等进行反思与总结,是由厚到薄的过程。结构框图给出一棵生长的数学树。

本章从实际背景出发,抽象出函数概念,给出函数的表示方法,研究了函数的单调性、奇偶性,进而研究了几类特殊的函数(指数函数、对数函数、幂函数)的性质及应用。

函数是两个集合上的一种对应关系。本章主要运用数形结合的方法来研究函数的性质。可以通过函数的图象来探索函数的性质,利用函数的性质又可以作出函数的图象。运用函数解决问题的关键是建立数学模型。

第 2 节　数学教学研究论文的写作

写作数学教研论文,是数学教师必须具备的基本功,数学教学研究论文是数学教师在数学教育领域里对数学教育的目的、课程设置、教学工作的反思和评价,以及对教材中的具体教学内容、具体教学方法进行深入剖析,详尽研究而写成的文章。这类文章对教育科研、教学研究、教学质量、培养人才有着重要意义。这种文章的结构一般包括:一节知识的地位和作用的分析、学情分析、教学重点和难点的剖析、教学媒介的使用、教学建议等。

案例

平面向量教学研究(节选)

一、教材分析

(一)教材编写以实例为背景,关注了学生的现有认知水平。

(二)重视学生思维能力的培养。

（三）注意数学思想方法的渗透。

二、教学建议

（一）深刻理解课标要求，准确把握教学目标

根据课标要求，在教学中要力求把握好以下几个层次的要求：

了解层次：向量的实际背景；共线向量的概念；向量的线性运算性质；平面向量的基本定理及意义。

理解层次：向量的概念及几何表示；向量的加法、减法、数乘运算的几何意义；共线向量的含义，共线条件的坐标表示；平面向量的数量积的含义及其物理意义。

掌握层次：向量的加法、减法、数乘运算；平面向量的正交分解及坐标表示；数量积的坐标表达式；向量垂直、平行的充要条件；平面向量的坐标运算；平移公式、夹角公式。

（二）夯实基础，训练技巧，培养能力

向量这一章涉及的新概念、新运算、新公式、新符号、新定理较多，特别是向量的运算及运算规律又很容易与实数的运算及运算规律相混淆，教学中应特别注重基础知识的教学和基本技能的训练，并对容易出错的知识板块，以专题的形式进行强化。可以将本章基础知识进行分类归纳为：

概念类：向量、相等向量、相反向量、平行向量（共线向量）、向量的模、两向量的夹角、一个向量在另一个向量方向上的投影、向量的坐标等。

运算类：向量的加法、减法、数乘、数量积运算及其几何意义、坐标表示。

结论类：平面向量的基本定理；两个向量平行或垂直的充要条件。

应用类：用向量方法解决某些简单的平面几何问题，力学及其他一些实际问题；体会向量“数”“形”的双重属性，增强对向量工具性功能（语言功能、应用功能）的认识，培养“数形结合”的数学思想。

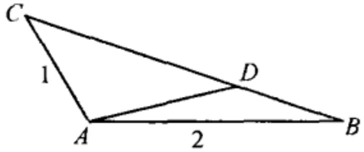
（三）引导学生关注向量运算的合理性问题

这里所说的向量运算，不但包括向量的加、减、数乘、数量积的运算，还包括向量的模、向量的夹角运算。合理性是指在运算中，要密切关注三个方面的问题：

1. 向量运算的背景

从总体上讲，向量运算有两个层次的背景，一是非坐标状态下的运算；二是坐标状态下的运算。在非坐标状态下的运算，一般是用基向量的思想，用各种运算的原始定义进行。这就要求学生有较强基底意识，能够恰当地选择基底（基底选择的原则是：知道模和夹角的两个非零向量，可能的情况下尽量选择从同一点出发的两个向量）；并具备能迅速地用基向量表示出所要研究的向量的代数变形和几何变换的能力。例如：

1. 在$\triangle ABC$中，$\angle BAC = 120^\circ$，$AB = 2$，$AC = 1$，D是边BC上的一点，$DC = 2BD$，则$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} =$ ________。



解：因为$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

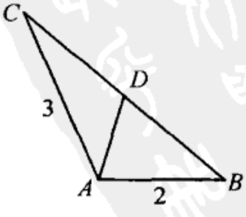
$$= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$$

$$= \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB},$$

所以$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}\right) \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$

$$= \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC}^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}^2) = -\frac{8}{3}。$$

2. 在$\triangle ABC$中，$AB = 2$，$AC = 3$，D是边BC的中点，则$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} =$ ________。



解：因为$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$，$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$，

所以$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$

$$=-\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}^2-\overrightarrow{AC}^2)$$

$$=-\frac{1}{2}(|\overrightarrow{AB}|^2-|\overrightarrow{AC}|^2)=\frac{5}{2}。$$

2. 向量运算的先后次序

在向量的坐标状态下，向量的运算也要恰当地选择先后顺序，并非什么时候都是先将坐标代入计算，有时是在解题的最后几步才需要代入坐标。例如：

(1) 若 $\vec{a}=(\cos\alpha,\ \sin\alpha)$，$\vec{b}=(\cos\beta,\ \sin\beta)$，且$\vec{a}$、$\vec{b}$满足 $|k\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{3}\,|\vec{a}-k\vec{b}|$，其中，$k>0$。① 用 k 表示$\vec{a}\cdot\vec{b}$；② 求$\vec{a}\cdot\vec{b}$的最小值，并求此时$\vec{a}$、$\vec{b}$的夹角。

(2) 已知向量 $\vec{n}=(0,\ -1)$，$\vec{p}=\left(\cos A,\ 2\cos^2\frac{C}{2}\right)$，其中，$A$、$B$、$C$ 为$\triangle ABC$ 的内角，且 A、B、C 依次成等差数列，求 $|\vec{n}+\vec{p}|$ 的取值范围。

这两道题都是在向量坐标状态下涉及到向量的模的问题，是先将向量的坐标求出来再用模的公式呢？还是先将模转化为数量积再代入坐标运算？这是教学中要重点引导学生思考总结的问题。

3. 巧妙运用问题中向量间的特殊关系（平行共线、垂直关系、相等、相反向量等），简化运算过程。例如：

已知向量 $\vec{a}=(1,\ 2)$，$\vec{b}=(-2,\ -4)$，$|\vec{c}|=\sqrt{5}$，若 $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\frac{5}{2}$，则 $\vec{a}$ 与$\vec{c}$ 的夹角为________。

分析：此题最容易想到的思路是用待定系数法先求出$\vec{c}$的坐标，再用夹角坐标公式求解，但在计算$\vec{c}$的坐标时，才发现运算量很大。如果细心观察，发现$\vec{a}$与$\vec{b}$共线且反向，且 $\vec{a}+\vec{b}=-\vec{a}$，于是由条件得到 $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=-\vec{a}\cdot\vec{c}=-|\vec{a}|\cdot|\vec{c}|\cos\langle\vec{a},\ \vec{b}\rangle=\frac{5}{2}$，很容易得到 $\cos\langle\vec{a},\ \vec{b}\rangle=-\frac{1}{2}$，$\vec{a}$与$\vec{c}$的夹角为 $120°$。

还有另一种思考：由条件可得$(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}=\frac{5}{2}$，由于发现$\vec{a}$与$\vec{b}$共线且反向，如设$\vec{a}$与$\vec{c}$的夹角为$\theta$，则$\vec{b}$与$\vec{c}$的夹角为$180^\circ-\theta$，所以$(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}=|\vec{a}|\cdot|\vec{c}|\cos\theta+|\vec{b}|\cdot|\vec{c}|\cos(180^\circ-\theta)=\frac{5}{2}$，不难求出$\cos\theta=-\frac{1}{2}$，$\theta=120^\circ$。

（四）突出向量的实际背景，将抽象问题具体化

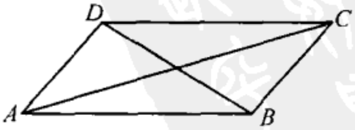
向量有着丰富的实际背景，在教学中，通过让学生感知向量这些熟悉的实际背景，将抽象问题具体化，可以帮助学生更加直观地理解概念、运算及其他结论的本质内涵。例如，在讲向量加法运算的时候，以位移的合成和力的合成为背景，在讲到向量的数量积的时候，以物理学中力做“功”为背景等。

（五）突出向量的工具性，增强学生自觉应用向量的意识

向量作为高中教材的一部分，其重要功能主要有两个方面：一是向量的语言功能；二是向量的应用功能。

向量的语言功能是指：向量不但是刻画物体位置、物理量（如力、位移、速度等）、几何图形性质的重要工具，同时也是刻画代数中量与量关系的重要工具。因此向量具有几何、代数双重语言功能，是一种重要的数学语言。在用向量解决实际问题时，必须实现向量语言和其他数学语言的相互转化，这往往是学生学习应用过程中的难点，同时也是解决问题的关键。教学中必须及早地渗透向量语言，消除学生对向量语言的陌生感、神秘感。比如：

1. 用向量证明：平行四边形$ABCD$的两条对角线的平方和等于四边形四条边的平方和。



证明：$\because \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$，

$$\therefore |\overrightarrow{AC}|^2=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})^2=|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{AD}|^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD},$$

$$|\overrightarrow{BD}|^2=(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})^2=|\overrightarrow{AD}|^2+|\overrightarrow{AB}|^2-2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD},$$

$$\therefore\ |\overrightarrow{AC}|^2+|\overrightarrow{BD}|^2=2(|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{AD}|^2)$$

$$=|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{BC}|^2+|\overrightarrow{CD}|^2+|\overrightarrow{DA}|^2。$$

故结论成立。

证明过程实质上就是将几何语言转化为向量语言，再用向量知识推导得出相应结论，再将结论转化为几何语言的过程。

2. 用向量构造函数：

已知平面向量 $\vec{a}=(\sqrt{3},-1)$，$\vec{b}=\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$。

(1) 存在实数 k 和 t，使得 $\vec{x}=\vec{a}+(t^2-3)\vec{b}$，$\vec{y}=-k\vec{a}+t\vec{b}$，且 $\vec{x}\perp\vec{y}$，试求函数关系式 $k=f(t)$。

(2) 根据(1)的结论，写出它的单调区间。

分析：本题求 $k=f(t)$ 的过程(略)，实质上就是将向量语言通过向量的坐标运算和垂直关系转化为代数语言的过程。

向量的应用功能：在高中数学中主要是指用向量解决与长度、角度有关的几何问题，处理几何中的平行或垂直关系，这在立体几何中应用尤其广泛。在教学中，要引导学生逐步掌握用向量解决此类问题的思路、方法、步骤，并加强运算能力的培养。同时还要引导学生体会用向量解题的优越性，使学生能自觉地使用向量。

(六) 突出向量“数”“形”的双重性，有机地渗透“数形结合”的思想

由于向量具有“数”“形”的双重性，特别是在引入了坐标及坐标运算之后，向量更是与代数运算、解析几何中的曲线与方程、立体几何中的角与长度、平行和垂直关系发生了紧密的联系。在本章教学中，应抓住这个有利的契机，让学生充分体会“数形结合”的思想。

第 3 节　数学教学案例论文的写作

数学案例通常是课堂内真实的故事、数学教学实践中遇到的困

惑及其成功解除或遭遇失败的真实记录。

数学案例是数学教育工作者经过研究、总结、提炼后以书面或软件的形式自觉地反映数学课堂教学本质的案例。

数学教学案例研究是对数学课堂特定的教学背景(包括特定的数学教学理念、教学环境、数学教师、学生、教材等要素)下产生的教学案例的研究,是探寻数学教学规律的一种科学的、有效的、实用的研究方法。

一、数学教学案例的格式和结构

1. 数学教学案例的两种格式

一种是实录式,即把数学课堂上实际发生的事件原原本本地记录下来,在最后提出一系列供参考、讨论的问题。

另一种是条例式,即把案例涉及到的材料,按背景、问题、解决方法、评论等部分排列起来。

2. 条例式数学教学案例的三种类型

(1) 机智式数学教学案例及个案分析

这是反映教师巧妙处理教学中发生的出人意料而又合乎情理的偶发事件的案例。例如,由于教师对一位学生不理解、不尊重而引起尖锐矛盾以及解决矛盾的曲折过程;又如,教师对一位学生的奇思妙想的支持、引导和帮助;等等,都属于机智式案例。

机智式案例往往能反映出教师的教育机智。

(2) 专题式数学教学案例

这是教师围绕一定主题而展开数学教学活动的典型实例。这类案例有时是按照一定专题开发的,如自主学习专题、合作学习专题、探究式学习专题等。

这一类案例的特点是:主题鲜明,内容新颖;注重数学专题研究,富有学术价值。例如,成都七中在实施三体教育模式的过程中就撰写了一系列专题式案例。

(3) 综合式数学教学案例

这是教师运用教材中一节课的内容进行教学的典型实例。综合式案例有三个突出特点：(1)体现教学活动的整体性。(2)以学生的学习活动为主线。案例所反映的具有整体性的课堂教学是围绕学生的学习活动展开的。所以，这种案例不是教师的教案，它着力反映学生怎么学，而不是着力反映教师怎样教。它十分关注课堂教学中学生在认知、情感态度上产生的矛盾以及矛盾解决的过程，十分重视学生的感悟、体验和新的发现。(3)强化教学的精彩场面。

综合式数学教学案例具有独特的功能：

其一，有助于大家探讨数学新课程的实施和开发。

其二，便于中小学教师参与科研和教改。

综合式案例对于中小学数学教师的专业成长和科研型、学者型数学教师的培养具有十分重要的作用。

3. 数学课堂教学案例的结构

案例的结构控制着案例的功能。只有优化案例的结构，才能增强案例的整体功能。因此，我们开发案例时，应当认真研究案例的结构。

4. 数学课堂教学案例结构的四个要素

主题与背景

每个案例都应提炼出一个鲜明的主题，它通常应关系到课堂教学的核心理念、常见问题、困扰事件，要富有时代感、体现改革精神。

情境描述

案例描述不能杜撰，它应来源于教师真实的经验(情境故事，教学事件)、面对的问题；当然，具体情节可作适当调整与改编，只有这样才能紧紧环绕主题并凸显出讨论的焦点。

问题讨论

首先可设计一份案例讨论的作业单，包括学科知识要点、教学法和情境特点，以及案例的说明与注意事项。然后提出建议讨论的问题，如学科知识问题、评价学生的学习效果、教学方法和情境问

题、扩展的问题。

诠释与研究

对案例作多角度的解读，可包括对课堂教学行为作技术分析、教师的课后反思等，案例研究所得的结论可在这一部分展开。这里的分析，应回归到对课堂教学基本面的探讨才能展现案例的价值。

二、数学教学案例的撰写

撰写条例式数学教学案例应在占有大量材料和形成理性认识的基础上进行。经过起草、反复修改和定稿，案例便形成科研成果的形式。

条例式案例的写作大多由以下三个部分组成：

案例的背景（或案例的策划）；

案例的展开（或案例的运行）；

案例的总结（或案例的结果）。

条例式数学教学案例撰写主要采取描述的手法，既可用第一人称，也可采用第三人称。案例的描述要生动具体，有详有略，重点突出。

第一部分，数学教学案例的背景（或案例的策划）。这一部分意在说明案例产生的背景，包括教材分析、学生分析、教学目标、教学思路和教学手段等要点。需要强调的是，不能把这一部分写成教案，而应写明案例产生的背景。写作手法适于采用陈述式，要求简明扼要，眉目清晰。

第二部分，数学教学案例的展开（或案例的运行）。这是案例的主干部分。它通过一系列镜头反映学生在课堂上的参与状态、情绪体验、知识获得、能力增长等表现，着力展示学生的认知水平和情感态度发展的过程。强调三个突出：

（1）要突出主要问题或主要任务。条例式案例不同于教学实录的首要特点就在于它是围绕主要问题或主要任务而展开的。

(2) 要突出主要教学活动的步骤。这是条例式案例不同于教学实录的又一显著特点。

(3) 要突出学习方式的转变。转变学习方式就是要转变他主性、被动性的学习状态,把学习变成人的主体性、能动性、独立性不断生成、张扬、发展、提升的过程。

第三部分,数学教学案例的总结。这一部分的写作主要采取阐述的方式和概括的手法。要用准确的语句把自己所提炼的教学理念和所总结的经验、教训表达出来。案例修改、定稿后,作者可将作品投寄报刊,争取发表;同时可将作品输入校园网,还可制成光盘,以便投入文化市场。

案例

数学教学案例(节选)

一、设计方案

(一) 学习方式

在教学方式上采用教师的讲授与学生的尝试相结合;在学生学习的方式上采用接受式学习与活动式学习相结合。对于法则的推导过程,以问题的形式,引导学生先独立地进行思考、探索,再通过交流、讨论,发现法则,使学生的学习过程成为再发现、再创造的过程,使学生在学习的过程中掌握学习与研究的方法,养成良好的学习习惯,从而学会学习,学会思考,学会合作,学会创新;而对于推导出的法则及其语言叙述,我则以一种较轻松而又富有挑战性的方式指导他们接受式记忆。在整个教学中,分层次地渗透了归纳和演绎的数学方法,以培养学生良好的思维习惯。

(二) 学习任务分析

"同底数幂的乘法"法则的教学目标应是"熟练掌握"。一方面要正确理解法则。让学生自己得出法则,是正确理解法则的措施之一;同时还要扫除正确理解的障碍,即消除一些容易混淆之处。另

一方面，通过把法则运用到各种情况中去来达到熟练运用。对于易混淆之处，应提高新旧知识的可分辨性。通过变式对一些以前学过的、与现在法则容易产生混淆的内容（如合并同类项），以及以前容易发生错误的概念（如指数 1 认为没有指数）进行分辨，从比较中加深对法则的正面理解。

（三）学习起点能力（略）

（四）教学目标

1. 识记目标：①熟记同底数幂乘法的法则；②能正确运用同底数幂乘法的运算性质，并能应用它解决一些实际问题。

2. 能力目标：经历探索同底数幂乘法运算性质的过程，并从同底数幂乘法法则的推导过程中，培养学生观察、发现、归纳、概括、猜想等探究创新能力，发展逻辑推理能力和有条理的表达能力。

3. 情感目标：通过同底数幂乘法法则的推导和应用，使学生初步理解“特殊——一般——特殊”的认知规律和辩证唯物主义思想，体会科学思想方法，接受数学文化的熏陶，激发学生的探索创新精神。

（五）教学重点、难点（略）

（六）教学过程

教学步骤	教师活动	学生活动	教学媒体（资源）和教学方式
（一）创设情景提出问题	1. 从天文中的有趣问题引入同底数幂的乘法运算。 通过引导学生观察式子特点，引入本节课题。 2. 鼓励学生根据幂的意义独立求出 $10^2\times 10^3$。 3. 根据学生实际情况，提醒并纠正学生的	1. 探索这个问题，自然地体会同底数幂运算的必要性，了解数学与其他学科的联系。 2. 回顾并应用幂的意义，尝试求解。 3. 混淆了幂的意义与乘法的意义的学生在对比中澄清了认识，改正了错误，巩	利用“Z＋Z”智能教育平台进行多媒体教学。 播放录像，展现无际而神秘的宇宙，引发思考。

（续表）

教学步骤	教师活动	学生活动	教学媒体（资源）和教学方式
	错误认识：不要将 $a+a+a$ 与 $a\cdot a\cdot a$ 相混淆。（同时渗透幂的组成要素：底数、指数，为后续的找规律作好铺垫）	固了知识，也为下一步的探究工作铺平了道路。	
（二）探索交流发现新知	1. 提出新任务：（课本P12做一做1）过程中注意了解学生对幂的意义的理解程度，要求学生说明每一步的理由。 2. 提高任务难度：（P12做一做2）同时注意引导学生观察计算前后底数和指数的关系，并鼓励其运用自己的语言加以描述。 3. 提出挑战：能否用一个比较简洁的式子概括出你所发现的规律？ 4. 更高挑战：你能从幂的意义这个角度加以解释、说明，验证它的正确性吗？ 5. 比一比，赛一赛，识记公式 6. 反思。"除了记得准、记得快之外，衡量记忆力好坏还有两个很重要的标准：持久性和准备	1. 根据幂的意义，独立解决此问题，并用自己的语言说明每一步的理由，做到有理有据。 2. 通过努力，完成任务，进一步熟悉幂的意义。 仔细观察、比较，并用自己的语言描述个人的观察结果，在班内进行交流。 3. 通过对特例的考察，归纳同底数幂乘法的运算性质，发展推理能力（归纳、符号演算）。进一步体会字母表示数的进步意义。 4. 运用幂的意义进行说明，加深了对幂的意义的理解，提高了应用本领，对公式的认可由感性转为理性。 5. 记忆与呈现，交流比赛。 6. 学会反思，学会学	同伴交流 小组讨论 个别学习

（续表）

教学步骤	教师活动	学生活动	教学媒体(资源)和教学方式
(二)探索交流发现新知	性。回想一下你是用什么办法记住的？用这个办法能持久吗？针对此问题，你能否提出一个更有建设性的改进措施？”借此激发学生的主观能动性，使他们自发地产生对公式特点进行探求的需要，并积极思索和回顾公式的获得过程。(法则的剖析：条件是①乘法②同底数幂；结果是①底数不变②指数相加) 7. 再识记。“在理解的基础上，结合公式的特点和语言叙述，有提取地记忆一遍。” 8. “你认为这个公式的应用，应特别注意什么？”给点时间思考(目的是让学生记住这个问题)，却不必急于回答，只要带着这个问题进行练习就行了，之后再作回答。	习。进一步体会到合作交流的必要性与集体智慧的无穷，增强合作意识，培养开放的学术性格。在活动中巩固所学知识，达成识记目标。①仔细观察公式特点(二要素、对比、变化、左边和右边、整体和局部)；②尝试用自己的语言进行描述、交流；③回顾性质的获得过程，进一步体会幂的意义。 7. 按要求，用新方法二次识记，同时体会“磨刀不误砍柴工”的道理，增强动脑的自觉性。 8. “一个奇怪的问题，不就是要注意符合公式的特点吗？刚刚已经说过了。难道还有其他的？”	同伴交流 个别学习
(三)应用练习促进深化	1. 理论之于实践。展示课本P13例1，可由学生自行讲练，教师辅助。	1. 战前演习。具体体会公式在解题中的应用，熟悉公式。 2. 自我检验，巩固反	个别学习与同伴交流相结合

（续表）

教学步骤	教师活动	学生活动	教学媒体(资源)和教学方式
（三）应用练习促进深化	2. 放手让学生自己独立完成课本 P14 随堂练习 1,借以检验所学。 3. 闯关练习：① x^3+x^3；② $x^2\cdot x^3$；③ $x^3\cdot x^3$；④ $x^3\cdot y^3$；⑤ $x^2\cdot y^3$。帮助学生克服思维定势，引导学生从条件和结论两方面来辨析公式特点。 4. 又一轮更大的挑战，真实地测出对公式的理解程度及熟练程度，培养举一反三，逆向思维的数学品质。教育学生学习要多思多想，力求学深学透。 ① $a^m\cdot a^n\cdot a^p$ 等于什么？鼓励学生自主探究，提倡算法的多样性，同时要求学生说明每一步计算的理由。 ② a^{m+n} 可以写成哪两个因式的积？ 5. 与实际生活相结合，创设例 2 生活背景，进一步培养学生的数感。	馈。考察个人的实际运用能力，并及时查漏补缺。 3. 对比练习。通过观察、对比，找出它们的异同，提高警觉性，增强对公式特点的灵敏性。从根本上消除了知识的负迁移，澄清概念，杜绝错误的发生。 4. 随着探讨的步步深入，对公式的理解不断加深。充分发挥自身的主观能动性，思维变得流畅、变通，更富有创造性。 ① 先大胆猜测，类比联想，再利用符号间的运算加以验证。通过思考、探究、交流等个体活动，进一步熟悉了同底数幂的乘法性质、幂的意义和乘法运算律，同时注意一题多解、发散思维。 ② 发展逆向思维，对公式灵活运用。 5. 运用同底数幂的性质解决实际问题，进一步感受大数目，发展数感。	同伴交流 小组讨论

（续表）

教学步骤	教师活动	学生活动	教学媒体（资源）和教学方式
（四）提炼小结完善结构	“通过本节课的学习，你在知识上有哪些收获，哪些能力得到了提高？”引导学生自主总结，组织学生互相交流各自的收获与体会、成功与失败。	梳理本节内容，回顾做题经历，畅谈个人体会，互相交流借鉴。原本分散的知识更加系统化、结构化，初步形成知识网络。	利用“Z＋Z”智能教育平台进行多媒体教学展示
（五）布置作业延伸学习	1. 默忆，并用自己的语言整理笔记。 2. 独立完成课本 P14 习题； 整理同底数幂乘法的探索过程（可以加以发挥，本题作为选做）。 3. 自编一道最能代表个人水平的题目，向与你水平相当的同学发出挑战。 4. 仿照本节课的方法，预习并尝试独立探索下节内容：幂的乘方。	充分发挥个体的主观能动性，在本人原有基础上创造性地开展继续学习、自我教育。灵活运用知识，提高创新能力。	实际背景 同伴交流 个别学习

（七）教学反思

1. 本节课学生的探究活动比较多，教师既要全局把握，又要顺其自然，千万不可拔苗助长，为了后面多做几道练习而人为地主观裁断时间安排。其实规律（公式）的探究活动本身既是对学生能力的培养，又是对公式的识记过程，而且还可以提高他们应用公式的本领。因此，不但不可以省，而且还要充分挖掘，以使不同程度的学生都有事情做且乐此不疲，更加充分地参与其中。对于这一点，教师一定要转变观念。

2. 在同底数幂乘法公式的探求过程中，学生表现出观察角度的差异：有的学生只是侧重观察某个单独的式子，把它孤立地看，而不知道将几个式子联系起来看；有些学生则既观察入微，又统揽全局，表现出了较强的观察力。教师要善于抓住这个契机，适当对学生进行学法指导，培养他们“既见树木，又见森林”的优良观察品质。

3. 对于公式使用的条件既要把握好“度”，又要把握好“方向”。对于公式中的字母指数的取值范围，不必过分强调（实际上，这个范围限定得太小了）；而对于公式的特点，则应当左右兼顾，特别是公式的左边，它是正确应用公式的前提，却往往不被重视，结果造成几个类似公式的混淆，给正确解题设置了障碍。

4. 教无定法，教师应根据本班的实际情况灵活安排教学步骤，切实把关注学生的发展放在首位来考虑，并依此制定合理而科学的教学计划。如，对于较好的班级，可以优先发展，采取居高临下的教学思路，先整体把握再对比击破，或是将其纳入整体结构系统，采取类比的学习方式；而对于基础较薄弱的班级，则应以提高学习兴趣、教会学习、培养成功体验为主，千万不可拔苗助长，以防物极必反。

总体来讲，我在教学中深刻体会到新教材与旧教材不同，新教材以学生为本的教学理念始终贯穿本课。采用“Z＋Z”智能教育平台进行多媒体教学，新颖、有效，学生的学习积极性有较大的提高，学习效果好。原本枯燥的、抽象的纯数学的东西通过与实际联系，变得有趣、易懂。从根本上改变了过去那种填鸭式的教学方法。不但使学生掌握了课本上的知识，还使学生增强了对日常事物观察分析的能力。真正使教学提高到培养学生能力的层面上来了。但是这对教师自身素质的要求大大提高。当今的学生通过各种媒体对世界的认识和了解较多，在互动教学中如不注重对学生的引导（特别是思想上的），要教好学生就不会那么容易。教师只有不断学习，充实自己，才能把新教材教好。

第4节　数学试卷分析报告的写作

数学试卷的分析报告，是对一次数学考试质量分析的文字总结。写数学试卷分析报告，是考试工作必不可少的重要环节。

一份数学试卷分析报告，一般包括以下四个方面的内容：(1)对数学试卷内容的分析。包括试卷质量的高低、试题是否适宜、覆盖的知识面是否到位等。(2)对学生答题情况的分析。包括数据分析和实例分析。数据分析中，应包括各题的得分情况、得分比例；实例分析中，应包括每一试题答题的具体实例。(3)得失分原因分析。应包括得分高和得分低的原因。通过分析得失原因，以总结教与学两方面的经验，并找出存在的问题及剖析产生这些问题的原因。(4)建议及措施。根据以上三方面的分析，提出改进命题工作的建议和解决存在问题的措施。

写数学试卷分析报告，应做到：一是目标明确。即要围绕考试的目的进行。因此分析的内容要有针对性。二是真实具体。所列数据，应是抽样的准确数据，这个数据要和整体数据大体吻合；所举实例，要典型具体，应体现大部分学生的答题情况。三是突出重点。对试卷的内容和试卷中出现的问题的原因，应抓住重点，突出关键所在。提建议和解决问题的措施，应从实际出发，抓住共性，突出重点。四是注重实效。进行数学试卷分析，其目的之一是为了查找教学中的问题，因此应该从数学教学的实际出发，对查找出的问题持积极的态度进行解决。

案例

四川省2006年高考数学试卷分析

四川省高考评卷数学科指导委员会

在已经结束的2006年普通高等学校招生全国统一考试中，四

川考生使用的是由四川省命制的数学试题。该套试题严格按照2006年全国统一考试大纲的规定，立足于现行高中数学教材，重视数学基础，突出考查数学核心能力，很好地反映了四川考生的数学实际水平和数学素养，有利于高校招生，有利于高中数学教学，是一套较好的高考数学试卷。

一、对试卷的总体评析

1. 试卷立足于平衡过渡，在稳定中求创新。今年的数学试卷仍分文、理科两份。这两份试卷在题型结构、题量、各题型分值与内容分布等方面均与近年全国试题类似，两份试卷均由12个选择题，每题5分共60分；4个填空题，每题4分共16分；6个解答题共74分组成。稳定这一结构有利于实现由全国命制试题到四川自主命题的平衡过渡，有利于全省高校招生和高中教学的正常进行。试卷注意了知识点的覆盖，无偏题、怪题，并注入了一些具有新意的试题，如填空题理科第16题及解答题中的理科数列题（第20题）都具有新意，对高中数学教学具有良好的导向。

2. 重点知识重点考查。今年数学试题所考查知识点分布如下表：

内容		代数	三角	向量	立体几何	解析几何	概率	导数
分值	文科	43分	20分	7分	26分	24分	17分	13分
	理科	45分	20分	7分	26分	24分	16分	12分

试题涵盖了高中数学的主要内容，但又不刻意追求知识点的平均分布，做到了重点知识重点考查。例如，文理科试题都加大了对新教材中新增的向量、概率、导数等知识点的考查力度。今年文理科试卷中分别有一个小题、一个大题考概率统计知识，同时保持前两年全国高考格局再次将概率内容作为应用题考查；向量在解题中的作用明显增加；导数工具在研究函数的性质、解决不等式证明问题时的优势。此外，函数内容随处可见，函数思想和函数方法贯穿全卷。试卷削弱了对复数知识的考查，仅有理科一个选择题涉及复

数的计算,符合现行高中数学教学的实际。

3. 试题重视基础,发挥了正确导向的功能。试题重视基础,大量的题目来源于教材,不少题目可以在教材上找到原型。文科1、2、3、5、6、7、10、13、14、16、17、18、20、22(第1问)共14个题;理科1、2、3、4、5、9、13、17、19、21共10个题都源于教材。这些题目考查的都是现行高中教材上最基本、最重要的数学知识,所用到的方法也是通性通法,既体现了高考的公平公正,又对中学数学复习回归教材、重视对基础知识的掌握起到良好的导向作用。

4. 试题突出能力立意,难度设计较为合理。今年的试题突出能力立意,重在考查考生的思维能力、运算能力、空间想象能力、实践能力和创新意识,同时对重要的数学思想,如函数与方程的思想、数形结合的思想、分类与整合的思想、必然与或然的思想都进行了一定的考查。要做好全卷,必须有较强的运算能力,还应有严谨的思维和准确的表达能力,因而可以有效地避免高分低能现象,有利于高校选拔优秀考生。

对能力考查注意"多考点想,少考点算"。文理科前8道题几乎不需要多大计算就可以得出结论。例如文理科15题是关于椭圆的问题,计算通过左焦点的7条焦半径之和。如果直接计算每一条焦半径,计算就十分繁难,考生可以用焦半径公式作一等差数列,也可根据椭圆的对称性及定义发现这些线段之间的关系,从而很简单地得出结论。想得越清楚,计算就越简单。

试题设置上很明显呈现基础题、中档题、压轴题三个层次。如解答题17、18两题属于基础题,大多数考生可以较快做出来。19、20两题是中档题目,考查的知识较为全面,有一定难度但考查内容学生较为熟悉,考生通过运用有关知识能够解出。而21、22两题是压轴题,要做好这些题目,考生必须具有较强的运算能力及推理论证能力,综合运用有关知识才能做出来,同时要求思维严谨,表述准确。在提高把关题难度、控制高分段人数过于集中的同时,今年试题也考虑到多数考生和中学教学的需要降低了入口,解答题中的第

Ⅰ问，往往较为基础，或是为第Ⅱ问作答作必要的铺垫，从而降低难度。

5. 创设新题，稳中求新。今年的文理科试题中有不少原创和新创的好题。这些题目，虽然素材大都源于教材，但并不是对教材的原题照搬，而是通过提炼、综合，改编新创为另一个全新的题目，使考生感到似曾相识但又必须经过自己的独立分析思考才能解答。例如理科16题是以高等数学群论为背景而编拟的一道新题，它考查考生对新情景下知识的理解、抽象概括能力；而本题所涉及的知识全部都是高中数学的内容，这是一道很有新意的试题。

理科20题把函数求导引入到数列问题中，用导数处理级数是高等数学中的重要方法，这在过去高中数学中很少见到。该题目形式很新颖，但考察的仍然是高中数学中的等差、等比数列及对数列极限的讨论等基础知识。本题运算也不繁难，这是试题中一个亮点。

文科21题考察多项式函数的有关问题，它回避了文科题目的老套路：多项式函数求导、求单调区间、讨论极大极小值，而把这些运算都隐入第Ⅱ问中，从问题的需要出发，让考生自己确定计算程序，这样对能力的要求相对高一些。

整个试卷新题较多，尤其压轴题大都是新命制题，避免了陈题。这一方面体现了高考的公平公正，较好地反映了考生的数学素养与潜质；另一方面可以引导中学数学教学抓基础、重能力，而不要去猜想押题，更不要迷信“密卷”、“宝典”。

二、考生答卷所反映的主要问题

1. 运算能力差。今年的数学试卷，尤其是理科试卷计算量较大，对运算能力有一定的要求，但从答卷情况来看，考生的运算能力普遍较差。最为典型的例子是理科17题，该题为基础题，较多的考生能够顺利作答，但将此结果进一步分母有理化时，则有近一半考生出错，因而得不出最终答案。

2. 基本概念不清。搞好概念学习是学好数学的基础。但从答案情况看，一些考生，尤其是学困生对基本数学概念的认识常常是

混乱的。比如把与 30°与 60°混为一谈，对基本的数学符号，例如反三角函数的符号、自然对数的符号 $\ln x$、自然对数的底数 e 的符号，都不能正确理解它们的意义，因而无从下手解决与这些数学语言相关的问题。

3. 基本公式不能有效掌握。有的考生对基本公式的掌握混乱、记忆不清。如两角和与差的正余弦及正切公式中符号记忆错误。又如在理科 20 题（数列题）中，由于不能掌握等比数列求和公式而造成大量失分。

4. 证明推理能力弱。数 推理证明需要思维严谨，步步有据，很多考生与此还有一段距离。如对理科 20 题（数列题），不能分 x 的不同取值得出所求和函数的分段表达式；对文科 17 题（数列题），大多考生对 $n=1$ 时结论仍然成立不会进行论证。在严谨性方面很多考生都不能过关。如对理科 21 题和文科 22 题（解析几何题），很多考生都把问题考虑成直线 $y=kx-1$ 与双曲线相交，而题目是要求该直线与双曲线的左支相交，因而造成大量失分。

5. 不能准确地理解数学语言。如对理科 18 题和文科 19 题（概率题），把"至少两人合格"理解为"恰有两人合格"，把"至少两人合格"的对立事件理解为"三人均不合格"，或把"至少两人合格"的对立事件理解为"只有一人合格"。

总之，考生中出现的典型错误主要是因为对"双基"的掌握不扎实，数学能力不强所导致的。

三、试卷命制值得商榷的几个问题

1. 填空题最好能配出简易的结果易于评卷。今年文科填空题的结果都是整数，给阅卷带来很大的方便，但理科 13 题的结果不是整数，且等价形式较多，给阅卷带来一定难度。

2. 解答题计算结果能否再简捷些。理科 18 题、文科 19 题第Ⅰ问的最后结果是 0.902，第Ⅱ问是约等于 0.254，最后结果都不简捷，学生稍有不慎便会出错，能否设计出更为简捷的结果。

3. 试题是否偏难了一点。文理科第 11、12 题，要得出正确结果

实属不易，但要放弃，对优秀考生又舍弃不下，使他们处于两难境地。另外对中档题理科 19 题共设计了三问，要正确作答花费时间也不少。理科 21 题、文科 22 题，解答过程略嫌长了，计算量也不小，考生在规定时间内完成好该套试卷有较大难度。估计该套试卷难度超过 2004 年，偏难了一点，从而影响了该套试卷其他的良好导向作用。

第 5 节　数学思想方法论文的写作

数学思想方法论文是一种研究数学思想方法，运用数学思想和方法写成的文章。这类数学论文是数学与哲学、数学与文化的交叉，它探讨、揭示数学的思想方法、思维过程，数学的发现、创新、发展规律，富有数学文化与数学哲学的意义，涉及的知识面广，具有规律性、前瞻性、统帅性，更具有理论指导性。数学思想方法论文写作与一般数学论文的写作方法一致。

案例

数学思想方法及解题策略（节选）

四川师范大学附中　毛昌盛

高考十分重视对数学思想和数学方法的全面考查，若重视对数学思想方法的灵活运用，常可以使解题过程简捷。作为数学教师应该在教学中明确教给学生中学数学中常用的一些数学思想方法。

高考中常用的数学思想有：函数与方程；数形结合；化归与转化；分类讨论。下面就高中常用的这几种数学思想方法作一介绍。

一、函数与方程思想

众所周知，函数是中学数学的主线。这就是为什么“函数”成为历年高考命题最热的热点的真正理由。

未来的高考，函数比重仍然较大，不仅会考查一般基础知识的活用，而且可能出现某些综合性较强的“压轴题”。

函数是一个重要概念，由函数概念所刻画的运动、变化及相互联系的函数思想是一个重要的基本数学思想，其重要性不仅表现为五个基本初等函数的研究占据了高中数学的中心地位，而且还表现为：

① 方程或不等式可与函数的零点、单调性、正负区间或极值联系起来；

② 数列作为特殊的函数，一直处于高考的热点上；

③ 函数概念的基础——集合与映射，已在高考中作为数学基本语言、数学基本工具而大量出现；

④ 其他数学问题，特别是体现参数讨论或运动观点的问题，常可用函数思想来分析或用函数方法来解决。

函数思想渗透到中学数学各学科的诸多方面，为人们分析问题和解决问题提供了重要的思想方法和有效的手段，这就决定了函数在高考中的重要地位——试题以函数为主线，不仅题量较多，而且高难题常与函数直接联系。

就中学数学而言，函数思想在解题中的应用，主要表现在两个方面：

① 借助于有关初等函数的性质，解有关求值、解(证)不等式、解方程以及讨论参数的取值范围等问题；

② 在问题的研究中，通过建立函数关系式或构造中间函数，把所研究的问题转化为讨论函数的有关性质，达到化难为易、化繁为简的目的。

高考中的方程问题包括方程的求解与方程观点的应用。可以分成逐渐提高的四个层次：

第一层次：解方程。主要是解指数方程、对数方程、复数方程、三角方程。

第二层次：带参变数的方程的讨论。常常涉及二次方程的判别式、韦达定理和实根在指定范围的讨论。

第三层次：转化为方程的讨论。如曲线的位置关系、函数的性质、集合的关系等。

第四层次：构造方程求解问题。

其中第三、四层次(特别是第四层次)已经进入到方程观点应用的境界。即把方程作为基本数学工具去解决各个学科的问题。

方程与数式、函数、不等式等都是中学阶段最重要的知识体系。一旦思考纳入到方程或函数理论框架内，立即会产生如鱼得水的感觉。公式可以理解为方程(或等量关系)；求值问题也能与解方程沟通；曲线方程的确定及位置关系的讨论，是典型的方程问题；函数的许多性质都归结为方程来研究；不等式更没有与方程绝缘。

例 1：一等差数列的前 10 项和为 100，前 100 项的和为 10，求该数列前 110 项的和。($S_{110}=-110$)

分析：本例常规解法有二：一是依 $S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$ 列出关于 a_1、d 的方程组，求出 a_1、d，再代入公式求 S_{110}；二是利用 S_{10}，$S_{11\to20}$，$S_{21\to30}$，……成等差数列，求出新数列的公差，然后求新数列前 11 项的和。若注意到等差数列中 $\frac{S_n}{n}=a_1+\frac{n-1}{2}d$，可知$\frac{S_n}{n}$是 n 的一次函数，于是可用一次函数的图象——直线求解。

解：由条件 $S_{10}=100$，$S_{100}=10$。

$\because$ $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$仍是等差数列，$\therefore$ $\left(10,\frac{S_{10}}{10}\right)$，$\left(100,\frac{S_{100}}{100}\right)$，$\left(110,\frac{S_{110}}{110}\right)$三点共线，于是有 $\dfrac{\frac{S_{100}}{100}-\frac{S_{10}}{10}}{100-10}=\dfrac{\frac{S_{110}}{110}-\frac{S_{10}}{10}}{110-10}$，即 $\dfrac{\frac{1}{10}-10}{100-10}=\dfrac{\frac{S_{110}}{110}-10}{110-10}$，解得 $S_{110}=-110$。

注：数列是一类特殊的函数，因此在处理数列问题时，除应充分考虑数列自身的特殊性外，还可适当地使用函数方法。特别地，由于等差数列的通项 a_n 与前 n 项和 S_n 分别是关于 n 的一次函数、二

次函数，所以在处理等差数列的有关问题时，往往可借助这两个函数的知识。

例 2：已知方程 $\sin^2 x+4\sin x+3+2m-m^2=0$ 总有解，则实数 m 的取值范围是__________。（$-2\leqslant m\leqslant 0$，或 $2\leqslant m\leqslant 4$）

分析：很多同学解这类问题时，总爱用 $\Delta=4^2-4(3+2m-m^2)\geqslant 0\Rightarrow m\in\mathbf{R}$。由于 $\sin x\in[-1,1]$，$\Delta\geqslant 0$ 只能保证方程有实数解，但不能保证解在 $[-1,1]$ 内，因而上述解法是错的。正确的解法是把方程变形为：$m^2-2m=\sin^2 x+4\sin x+3=(\sin x+2)^2-1$，由 $\sin x\in[-1,1]$ 知

$0\leqslant m^2-2m\leqslant 8\Rightarrow -2\leqslant m\leqslant 0$ 或 $2\leqslant m\leqslant 4$。

例 3：已知 $S_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}(n\in\mathbf{N}^*)$，设 $f(n)=S_{2n+1}-S_{n+1}$，试确定实数 m 的取值范围，使得对于一切大于 1 的正整数 n，不等式 $f(n)>[\log_m(m-1)]^2-\frac{11}{20}[\log_{(m-1)}m]^2$ 恒成立。$\left(m>\frac{1+\sqrt{5}}{2}，且\ m\neq 2\right)$

分析：本例 $f(n)$ 无法求和，常规数列方法不起作用，需用非常规手段。注意要使不等式 $f(n)>[\log_m(m-1)]^2-\frac{11}{20}[\log_{(m-1)}m]^2$ 恒成立，只需不等式

$$f(n)_{\min}>[\log_m(m-1)]^2-\frac{11}{20}[\log_{(m-1)}m]^2$$

恒成立。问题转化为求 $f(n)_{\min}$。注意 $n>1$，可猜测 $f(n)_{\min}=f(2)$，怎样证明这个结论？可联想用函数单调性证明 $f(n)$ 是增函数，这样把问题转化为解不等式，得到 $m>\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，且 $m\neq 2$。

本例对函数思想的考查贴切、深入，恰到好处。

例 4：我国是水资源比较贫乏的国家之一，各地采用价格调控等手段来达到节约用水的目的。某市用水收费的方法是：水费＝基本

费＋超额费＋损耗费。若每月用水量不超过最低限量 $a\ \mathrm{m}^3$ 时，只付基本费 8 元和每户每月的定额损耗费 c 元；若用水量超过 $a\ \mathrm{m}^3$ 时，除了付同上的基本费和损耗费外，超过部分每立方米付 b 元的超额费。已知每户每月的定额损耗费不超过 5 元，该市一家庭今年第一季度的用水量和支付费用如下表所示：

月份	用水量/(m^3)	水费(元)
1	9	9
2	15	19
3	22	33

根据上表中的数据，求 a、b、c。($a=10, b=2, c=1$)

分析：设每月用水量为 $x\ \mathrm{m}^3$，支付费用为 y 元，则

$$y=\begin{cases}8+c & (x\leqslant a), & (1)\\ 8+b(x-a)+c & (x>a)。 & (2)\end{cases}$$

由题意知 $0<c\leqslant 5$，$\therefore\ 8+c\leqslant 13$。

由表知第 2、3 月份的费用均大于 13 元，故用水量 $15\ \mathrm{m}^3$、$22\ \mathrm{m}^3$ 均大于最低限量 $a\ \mathrm{m}^3$，将 $x=15$，$x=22$ 分别代入(2)式得

$$\begin{cases}19=8+b(15-a)+c\\ 33=8+b(22-a)+c\end{cases}\Rightarrow b=2, 2a=c+19。\qquad(3)$$

再分析 1 月份的用水量是否超过最低限量。

若 $a<9$，将 $x=9$ 代入(2)式，得 $9=8+2(9-a)+c\Rightarrow 2a=c+17$，与(3)矛盾。

$\therefore\ 9\leqslant a$，即 1 月份的付款方式应选(1)式。

则 $8+c=9$，$\therefore\ c=1$。故 $a=10, b=2, c=1$。

二、数形结合思想(略)

三、化归与转化思想(略)

四、分类与讨论思想(略)

第8章 数学解题类论文的写作

第1节 初等数学研究论文的写作

初等数学研究工作者主要是中小学数学教师、教研人员、高校教师和数学工作者、编辑、研究生和大中学生、数学爱好者等，他们在做出研究成果的同时，积累了研究发现的经验，实现了“三项更新”(观念转变，知识更新，技能提高)。据了解，全国不少特级数学教师、苏步青数学教育奖获得者，都是初等数学研究的积极参与者。有人甚至说：初等数学研究是名师的摇篮。

初等数学研究，提炼了中小学数学的材源，拓宽了它的背景，丰富了它的内容，优化了它的结构。

蓬勃发展中的初等数学研究，为数学教学提供新知识、新方法、新思想、新观念，为教材编写、研究性学习、数学竞赛提供丰富的素材。我国初等数学研究的不少世界领先成果，也可成为向学生进行爱国主义教育和振奋民族精神的好素材。

初等数学一般是指数学中初等的、基础的部分。现代中学数学的大部分及其延伸均属于初等数学，但仅仅是初等数学的极小部分。初等数学研究主要涉及专题与探讨、数学方法论及有关数学问题的研究等等。

中学数学课程的内容大多属于初等数学范畴，初等数学已经有

数千年的历史，中外数学家在这块园地上辛勤耕耘，如今已经硕果累累。专家们指出，初等数学园地仍然生机勃勃，许多问题有待继续探索。不少中学教师从中学数学教材出发，对初等数学的已有命题进行推广或移植、修正或补充，或者改进原有证法，或者沟通某些概念和命题之间的关系。还有不少教师潜心研究中学数学思想方法，总结解题或证题规律，或从某个问题的特殊解法入手，进而探讨同类一般问题的解法等等。数学教育的大量论文显示，初等数学源远流长，繁花似锦，至今，人们还能从中发现大量有价值的研究课题。

那么在初等数学领域中如何发现与捕捉问题呢？提及以下几点仅供参考：

1. 研究文献著作，质疑筛选问题

认真研读初等数学的文献著作，学习消化前人的研究成果是我们进一步研究的基础。在前人的著作中，一方面可以找到某些未解决的问题，另一方面，通过消化与反思也可能提出某些质疑。有的质疑问题甚至对数学发展产生过重大影响。

2. 延拓发散思考，多方设置问题

这是一种常用的由一个问题发展到多个问题的思考方法。将一个简单问题拓广为新的问题，常用的设问方式是：已知基本问题A，那么，把A的条件做些变化所得的问题A1是否成立？把A由低维衍生为高维的问题A2是否成立？把A从一元推广为多元的问题A3是否成立？

比如人们对“蝴蝶定理”的研究及其在二次曲线上的推广，综合利用多种方法对“蝴蝶定理”进行证明的探讨，就反映了按上述多方位发散的思考模式提出与设置问题的过程。

3. 资料综合分析，猜想提出问题

初等数学资料异常丰富，其中包括研究者成功失败的经验以及各种数据等材料。通过对某些资料的系统整理、观察分析，常常可以发现关于规律的猜想，作为进一步探究的课题。

4. 源于实际需求，抽象形成问题

初等数学与现实世界存在着密切的联系，人们日常生活、工作和各种实际需求中的数量关系，不少可以抽象形成初等数学问题或研究问题。脍炙人口的“七桥问题”，实际上是生活中的趣味问题，然而欧拉抓住并解决了它，从而开辟了图论的先河。张景中关于“洗衣服中的数学”、“叠砖问题”的研究也都是源于对现实问题的抽象与数学的思考。

5. 数学信息检索，分类确定课题

通过数学历史发展资料的分析，可以搞清某个(类)问题的来龙去脉。何时由何人解决到什么程度，用的是什么方法，还遗留了什么问题需要解决，这样就可以在前人工作的基础上确定选题，少走弯路，避免重复劳动。

初等数学研究可以从如下几个方面着手：

① 探索新命题，作出猜测和证明；

② 对已有的结论、成果作推广与移植；

③ 对某些已有的命题的修正和补充；

④ 对某些命题的证法的改进与更新；

⑤ 站在新高度，运用新观点分析研究某些重要问题。

案例

“小题大作”

广西北海二中　王强芳　班正伟

人教版高中数学第三册选修(Ⅱ)第 11 页例 2：随机抛掷一个骰子，求所得点数 ξ 的数学期望。

解：抛掷骰子所得点数 ξ 的分布列为：

ξ	1	2	3	4	5	6
p	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

所以 $$E\xi=1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{6}+\cdots+6\times\frac{1}{6}$$
$$=(1+2+3+4+5+6)\times\frac{1}{6}=\frac{7}{2}。$$

这道例题无论题目本身还是解答过程都十分简单，是个极不显眼的“小题”，在教学中，若能抓住本质，仔细剖析，却可“大有作为”。

首先，如果改变问题的情景，可得如下问题：

变式1：设 n 把外形完全相同的钥匙，其中只有一把能打开大门，用它们去试开门上的锁，若抽取钥匙是相对独立且等可能，每把钥匙开后都不放回，试求开锁次数的数学期望与方差。

分析：求 $p(\xi=k)$ 时，由题意知前 $k-1$ 次没打开，恰好第 k 次打开，取 $\xi=1、2、3$ 发现规律后，再推广到一般。

ξ 的可能取值为：$1,2,3\cdots,n$。

$$p(\xi=1)=\frac{1}{n},$$

$$p(\xi=2)=\left(1-\frac{1}{n}\right)\cdot\frac{1}{n-1}=\frac{1}{n},$$

$$p(\xi=3)=\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{1}{n-1}\right)\cdot\frac{1}{n-2}=\frac{1}{n},$$

…

$$p(\xi=k)=\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{1}{n-1}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n-k+2}\right)\cdot\frac{1}{n-k+1}$$
$$=\frac{1}{n}。$$

所以 ξ 的分布列为：

ξ	1	2	…	k	…	n
p	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	…	$\frac{1}{n}$	…	$\frac{1}{n}$

从而 $$E\xi=1\cdot\frac{1}{n}+2\cdot\frac{1}{n}+\cdots+n\cdot\frac{1}{n}$$

$$= (1 + 2 + \cdots + n) \cdot \frac{1}{n} = \frac{n+1}{2},$$

由公式可算得方差 $D\xi = \frac{n^2 - 1}{12}$。

从上面两个题目的解答过程可知：每个变量 ξ 所对应的概率都相同。即均为等可能事件。因此，两个分布列的数学期望 $E\xi = \frac{7}{2}$ 与 $E\xi = \frac{n+1}{2}$ 分别是随机变量 1 与 6、1 与 n 的等差中项，这是问题的本质。由此我们猜想：一些与等差数列有关的问题的最值能否用离散型随机变量的数学期望来解决呢？

因此，可以大胆地猜想、构思、发散得变式 2。

变式 2：有一幢楼房共 19 层，每层住 1 人，现若选择其中某一层作会议室开会，问会议室设在第几层时，使每人所走过的路程最短（每层楼高度相同）？

分析：大部分的读者拿到该题首先想到利用等差数列的前 n 项和公式建立路程与 n 之间的关系，然后求最值。这是一种常规的思路，如果我们换一个角度这样思考：会议室设在哪一层楼是随机的，而设在任一层楼的概率都等于 $\frac{1}{19}$。这样，与上面两个问题完全相同，所以我们"希望"会议室所在的楼层即为随机变量的数学期望。由题意得会议室所在的楼层 ξ 的分布列如下：

ξ	1	2	…	19
p	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{19}$	…	$\frac{1}{19}$

$$E\xi = 1 \times \frac{1}{19} + 2 \times \frac{1}{19} + \cdots + 19 \times \frac{1}{19}$$

$$= (1 + 2 + \cdots + 19) \times \frac{1}{19} = 10。$$

这时，会议室设在第 10 层为所求。

为什么 $E\xi=10$ 就是我们所求解问题的最小值呢？请看命题：对于任何实数 c，若 $s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$，$s_c^2=\frac{1}{n}[(x_1-c)^2+(x_2-c)^2+\cdots+(x_n-c)^2]$，则 $s^2\leqslant s_c^2$。$\left(s^2\right.$ 是样本方差，$\bar{x}$ 为样本平均数，即 $\left.\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)\right)$

证明：

$$
\begin{aligned}
s_c^2&=\frac{1}{n}[(x_1-c)^2+(x_2-c)^2+\cdots+(x_n-c)^2]\\
&=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x}+\bar{x}-c)^2+(x_2-\bar{x}+\bar{x}-c)^2+\cdots\\
&\quad+(x_n-\bar{x}+\bar{x}-c)^2]\\
&=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2+2(x_1-\bar{x})(\bar{x}-c)\\
&\quad+2(x_2-\bar{x})(\bar{x}-c)+\cdots+2(x_n-\bar{x})(\bar{x}-c)+n(\bar{x}-c)^2]\\
&=s^2+\frac{2}{n}(\bar{x}-c)[x_1+x_2+\cdots+x_n-n\bar{x}]+(\bar{x}-c)^2\\
&=s^2+(\bar{x}-c)^2\geqslant s^2。
\end{aligned}
$$

所以，当 $c=\bar{x}$ 时取得最小值。

而数学期望 $E\xi$ 就是概率意义下的平均数，所以，利用离散型随机变量的分布列的数学期望可解决上述最值问题。

若把 19 改为 n，则可进一步引申出更为一般的结论：当 n 为奇数时，会议室应设在 $\frac{n+1}{2}$ 层；当 n 为偶数时，会议室设在 $\frac{n}{2}$ 或 $\frac{n}{2}+1$ 层中的任何一层均满足题设要求。

利用数学期望为解决这种离散型的问题提供了一种十分巧妙而且简单的方法。如果我们将变式 2 的实际背景抽象出来，把楼房“摆平”，同时将离散型问题改为连续型问题，则可得变式 3。

变式 3：数轴上有 n 个定点 $A_1,A_2,\cdots,A_n$，其中对应的坐标分别为 1，2，…，n，P 为数轴上动点，坐标为 x，求函数 $f(x)=|x-1|+$

$|x-2|+\cdots+|x-n|$ 的最小值。

分析：该题的常用方法是利用数形结合的方法分类讨论进行求解。但我们也可这样思考：动点 P 在 x 轴上运动时，落在哪个位置是随机的，尽管问题是个连续型随机变量，但所求函数 $f(x)$ 的最值仍可用上述方法求得：

P 点停在 $1,2,\cdots n$ 处，ξ 的概率分布为：

ξ	1	2	…	n
p	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	…	$\frac{1}{n}$

$$E\xi=1\cdot\frac{1}{n}+2\cdot\frac{1}{n}+\cdots+n\cdot\frac{1}{n}=(1+2+\cdots+n)\frac{1}{n}=\frac{n+1}{2}$$

∴ 当 n 为奇数时，x 在$\frac{n+1}{2}$点时，$f(x)$ 的值最小；当 n 为偶数时，当 $x\in\left[\frac{n}{2},\frac{n}{2}+1\right]$ 中任一点时，$f(x)$的值最小。

通过课本上一道“小题”的研究，利用等可能事件的概率分布列解决了一类直线上有关于动点到某些定点的距离之和的最值问题。解法可谓新颖别致，异想天开，大大丰富了数学解题方法的研究。可见“小题”也可“大作”。

进一步引申还可得下面问题：

变式 4：设 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 是直线上的 n 个定点，P 为动点，坐标为 x，求 $f(x)=|PA_1|+|PA_2|+\cdots+|PA_n|$ 的最小值。

本题也可用上述方法加以解决。

第 2 节　数学解题方法论文的写作

解题理论研究的对象是“解题”，它的基本任务是研究解题规律，回答“怎样学会解题”，基本方法是“分析解题过程”，所以，数学

解题学是通过解题过程的分析去探索怎样学会解题的一门学问。原苏联著名数学家、莫斯科大学教授C·A·雅诺夫斯卡娅(1896—1966)有一次向奥林匹克数学竞赛参加者发表了“什么叫解题?”的演讲。她的答案显得惊人地简单,完全出乎听众的意料:“解题就是把题归结为已经解过的题”。

研究解题方法是解题的关键和核心,而解题方法研究型论文的格局大致是:

① 提出问题,简介这类问题的已有的研究成果与有关的资料和信息。

② 拟好小标题,精选好例题。该部分是解题研究论文的核心部分。小标题的拟定要讲究文采,而且要注意对仗工整,以增强论文的感染力。例题要精心选择,注重其针对性和典型性,方法上要注重其多样性和灵活性,以增强论文的可读性,从而激发读者的兴趣。

③ 研究问题的方法要新颖独特,注重思维的创造性,要像指挥“打仗”一样进行战略战术上的指导,从而高起点、高视点把握解题的核心。

论文必须扣住如下几个因素:一要发掘题设概念内涵的广度和深度。这取决于解题者积累的经验和知识面;二是熟练、灵活地运用基本的解题技能转化问题;三是通过研究者观察、发现、分析、处理、探索沟通问题,从而达到解题的目的。

案例

数学解题中有关向量的运用

向量是高中新教材中新增加的重要内容之一,它有着丰富的物理背景,它既是代数研究的对象,又是几何研究的对象,是集“数、形”于一身的数学概念,是抽象代数、线性代数、泛函分析中的基本数学模型。向量主要以平面几何、直角坐标系、三角函数等知识为

基础。通过向量的学习，一方面使我们对量的数学表达式的认识进入到一个新的领域，另一方面将增进我们的空间想象能力、思维能力、分析和解决实际问题的能力。向量是一个很有用的数学工具，它的运用非常广泛，由于常规视角的转变，形成了新的探索途径，它不仅要求教师要学习新内容，而且要从思想方法上研究新内容的内涵实质，修整原有的认知，用向量的观点研究以往教材的知识结构体系，培养学生运用向量解决问题的意识。

一、在三角函数中向量的运用

证明正余弦的两角和与差公式，是向量数量积的一个直接运用，较之传统证明方法更加简洁明了。

例 1　利用向量方法证明公式：$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$。

证明（略）。

二、在不等式中向量的运用

利用向量数量积的一个重要性质 $|\vec{a}\cdot\vec{b}|\leqslant|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$，变形为 $|\vec{a}\cdot\vec{b}|^2\leqslant|\vec{a}|^2\cdot|\vec{b}|^2$ 可以解决不等式中一类含有乘积之和或乘方之和的题目。构造向量解题往往能化难为易，同时有效提高学生的观察分析能力和想象能力。

例 2　设任意实数 x、y 满足 $|x|<1$，$|y|<1$，求证：$\frac{1}{1-x^2}+\frac{1}{1-y^2}\geqslant\frac{2}{1-xy}$。

证明（略）。

例 3　已知 $x>0$，$y>0$，且 $x+y=1$，求 $\sqrt{2x+1}+\sqrt{2y+1}$ 的最大值。

证明（略）。

三、在平面几何中向量的运用

借助向量的几何意义，把问题转化为向量的计算，通过向量计算达到求解目的。用向量方法解决几何问题，一方面体现向量的运用，另一方面能在运用中加深对向量知识的理解与掌握。

例 4（课本的一道练习）　求证：直径所对的圆周角是直角。

证明(略)。

由于此例只需通过向量的运算便可得出结论,学生得到很大的启发,既巩固了向量运算的方法,又有了运用向量解决数学问题的体验,从而提高了学习数学的兴趣。

四、在解析几何中向量的运用

高考往往在知识网络交汇点上设计试题,注重学科的内在联系和综合,而向量则是三角函数、解析几何等多个部分的知识交汇点。因此也是将来高考的命题热点。

例 5(1995 年高考题) 如图 1,已知椭圆:$\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{16}=1$,直线 l:$\frac{x}{12}+\frac{y}{8}=1$,$P$ 是 l 上一点,射线 OP 交椭圆于一点 R,点 Q 在 OP 上且满足 $|OQ|\cdot|OP|=|OR|^2$,当点 P 在 l 上移动时,求点 Q 的轨迹方程,并说明轨迹是什么曲线?

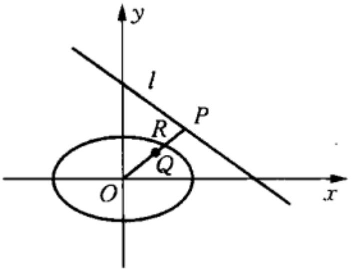


图 1

解(略)。

例 6(2000 年高考题) 椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ 的焦点为 F_1、F_2,点 P 为其上动点。当 $\angle F_1PF_2$ 为钝角时,点 P 横坐标的取值范围是________________。

解(略)。

在高中数学中运用向量知识解题,特别是几何问题,思路更清晰、目标更明确、更易于掌握。对学生而言,因为接触到了新的内容,不仅会增大知识的容量,而且由于立足于向量这一新的视角,会进一步拓宽思维的渠道。

五、在立体几何中向量的运用

现行立体几何最大的变化是引进空间向量,空间向量已是立体几何中的重要内容,它改变了以往立体几何中的思维方法和解题方法,用向量运算避免了繁琐的定性分析,使问题得到了大大简化,尤

其在解决垂直、夹角和距离等问题时有较大的优越性。

例 7　如图 2，在 60° 的二面角 $\alpha-l-\beta$ 中，已知 A、B 到 l 的距离 AC、BD 分别是 2 和 4，$AB=10$。

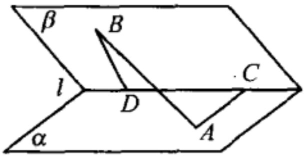


图 2

求：(1) CD 的长度；

(2) AB 和棱 l 所成的角。

分析：(1) 求 CD 的长度可以转化为求 $|\overrightarrow{CD}|$，而 $\overrightarrow{CD}$ 可利用向量加法求得；

(2) 求异面直线 AB 与 l 所成的角可以转化为求 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 所成的角，这点利用向量的数量积很快可以办到。

例 8　如图 3，已知空间四边形 $ABCD$，$AB\perp AD$，$\angle BAC=60^{\circ}$，$CA=CD=4$，$AD=3$。求二面角 $C-AB-D$ 的大小。

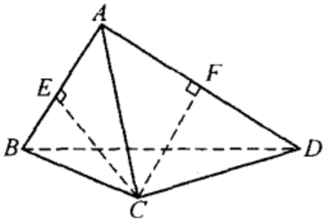


图 3

分析：在此题中要作出二面角 $C-AB-D$ 的平面角不是一件容易的事。如果用空间向量则根本不用作出二面角 $C-AB-D$ 的平面角也能求出。∵ $AD\perp AB$，我们只要作 $CE\perp AB$，那么二面角 $C-AB-D$ 的大小就是空间向量 $\overrightarrow{EC}$ 与 $\overrightarrow{AD}$ 所成角的大小。再根据公式 $\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{EC}|\cdot|\overrightarrow{AD}|\cos\alpha$，即 $(\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{EC}|\cdot|\overrightarrow{AD}|\cos\alpha$，很容易地就可以求出。

以向量为工具可以把几何图形的性质转化为向量的运算性质，实现“数与形”的结合，变抽象的逻辑推理为具体的向量运算，这样通过向量就能比较容易地解决几何中的某些问题。

新教材之所以增加了向量的内容，是因为向量是解决问题的有效的思想方法，它为教材增加了新鲜的血液，使得教材体系更加富有活力，更有利于学生思维的发展。我们要重视向量与其他知识的联系，强调用向量知识解决有关问题，发展学生运用数学的意识。

第3节　数学竞赛研究论文的写作

数学竞赛研究论文大致可分为：

① 奥林匹克培训经验型；

② 奥林匹克解题方法型，其中包括探索某一热点问题的解法，或者是用某一方法解决一些不同类型的竞赛问题；

③ 对奥林匹克试题命题策略和方法的研究。

这些类型论文写作的具体格式：

1. 标题

标题要新，口子要开得小，论文开头要简要概述总的特征，行文要优美，一开始就紧紧地吸引着读者。

2. 正文写作

正文最好分几个小标题，做到分而治之，各个击破，化整为零。这样，写起来似乎零散，但是只要紧紧地扣住一个中心论点，则可做到“形散而意连”。

另外，选题一定要精，要具有典型性和代表性，只有这样才能充分地挖掘它的灵活性、深刻性和创造性，展示例题的思维“魅力”，达到提高学生的学习兴趣和思维能力的目的。

3. 参考文献

在论文的最后注明写作论文时所参考的文献和资料，引用他人的论文、材料或例题的精妙解答都应注明出处，以便查找，以表示对他人成果的尊重，同时也增强了论文的可信度和可靠性。

案例

构建新数列巧解递推数列竞赛题

递推数列是国内外数学竞赛命题的“热点”之一，此类题目灵活

多变，答题难度较大。本文利用构建新数列的统一方法解答此类问题，基本思路是根据题设提供的信息，构建新的数列，建立新数列与原数列对应项之间的关系，然后通过研究新数列达到问题解决之目的。其中，怎样构造新数列是答题关键。

1. 求通项

求通项是递推数列竞赛题的常见题型，这类问题可通过构建新数列进行代换，使递推关系式简化，这样就把原数列变形转化为等差数列、等比数列和线性数列等容易处理的数列，使问题由难变易，所用的正是换元和化归的思想。

例 1　数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{1}{16}(1+4a_n+\sqrt{1+24a_n})$。求 a_n。

（1981 年第 22 届 IMO 预选题）

分析　本题的难点是已知递推关系式中的 $\sqrt{1+24a_n}$ 较难处理，可构建新数列 $\{b_n\}$，令 $b_n=\sqrt{1+24a_n}$，这样就巧妙地去掉了根式，便于化简变形。

解（略）。

2. 证明不等式

这类题一般先通过构建新数列求出通项，然后证明不等式；或者对递推关系式先进行巧妙变形后再构建新数列，然后根据已经简化的新数列满足的关系式证明不等式。

例 2　设 $a_0=1$，$a_n=\frac{\sqrt{1+a_{n-1}^2}-1}{a_{n-1}}$ $(n\in\mathbf{N})$，求证：$a_n>\frac{\pi}{2^{n+2}}$。

（1990 年匈牙利数学奥林匹克试题）

分析　利用待证的不等式中含有 π 及递推关系式中含有 $\sqrt{1+a_{n-1}^2}$ 这两个信息，考虑进行三角代换，构建新数列 $\{\alpha_n\}$，使 $a_n=\operatorname{tg}\alpha_n$，化简递推关系式。

证明（略）。

注：对型如 $\sqrt{1 \pm a_n^2}$、$\sqrt{1 \pm a_n}$、$\frac{a_{n+1} \pm a_n}{1 \mp a_n a_{n+1}}$ 的式子都可采用三角代换。

3. 证明是整数

这类题把递推数列与数论知识结合在一起，可以根据题目中的信息，构建新数列，找到新的递推关系式直接解决，或者再进行转化，结合数论知识解决。

例 3　设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$，$a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + \frac{1}{a_n}$　$(n \in \mathbf{N})$。

求证：$\frac{2}{\sqrt{a_n^2 - 2}} \in \mathbf{N}\ (n \in \mathbf{N}, n > 1)$。

分析　直接令 $b_n = \frac{2}{\sqrt{a_n^2 - 2}}$，转化为证明 $b_n \in \mathbf{N}\ (n \in \mathbf{N}, n > 1)$。

证明（略）。

例 4　设 r 为正整数，定义数列 $\{a_n\}$ 如下：$a_1 = 1$，$a_{n+1} = \frac{na_n + 2(n+1)^{2r}}{n+2}\ (n \in \mathbf{N})$。

求证：$a_n \in \mathbf{N}$。

（1992 年中国台北数学奥林匹克试题）

分析　把条件变形为 $(n+2)a_{n+1} = na_n + 2(n+1)^{2r}$，比较 a_{n+1} 与 a_n 前的系数及 a_{n+1} 与 a_n 的足码，考虑到另一项为 $2(n+1)^{2r}$，等式两边同乘以 $(n+1)$，容易想到构建新数列 $\{b_n\}$，令 $b_n = n(n+1)a_n$。

证明（略）。

4. 解决整除问题

一般通过构建新数列求出通项，再结合数论知识解决，也可用数学归纳法直接证明。

例 5　设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_2 = 3$，对一切 $n \in \mathbf{N}$，有 $a_{n+2} = (n+3)a_{n+1} - (n+2)a_n$，求所有被 11 整除的 a_n 的一切 n 值。

（1990 年巴尔干地区数学奥林匹克试题）

分析　变形递推关系式为 $a_{n+2}-a_{n+1}=(n+2)(a_{n+1}-a_n)$，就容易想到怎样构建新数列了。

解(略)。

例 6　设数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足 $a_0=1$，$b_0=0$，且

$$\begin{cases}a_{n+1}=7a_n+6b_n-3 & ①\\ b_{n+1}=8a_n+7b_n-4 & ②\end{cases}(n=0,1,2,\cdots)$$

求证：a_n 是完全平方数。

(2000 年全国高中联赛加试题)

分析　先用代入法消去 b_n 和 b_{n+1}，得 $a_{n+2}-14a_{n+1}+a_n+6=0$，如果等式中没有常数项 6，就可以利用特征根方法求通项，因此可令 $C_n=a_n+a$，易求得 $a=-\frac{1}{2}$。

证明(略)。

从上述各题构建新数列的过程中，可以看出对题设中递推式的观察、分析，并据其结构特点进行合理变形，是成功构建新数列的关键。构建新数列的目的是为了化繁为简、化未知为已知、化不熟悉为熟悉，这也是解答数学问题的共性之所在。

第 4 节　命题考试研究论文的写作

数学命题考试研究型论文主要表现在对数学某类知识、某个考点、某些知识结合交叉点的试题本身呈现方式、命题立意、解决方法和规律等方面的研究和探讨。大致分类：

1. 按考查的学科内容分类

可分为代数题、平面几何题、立体几何题、平面解析几何题、创新情景题和综合题。

2. 按提问要求分类

一般可分为六类：问答题、计算题、论证题、探索题、应用题和思

考题。

这类论文的写作，可分为三个部分：

(1) 导语。阐述该热点在高(中)考中的地位和重要性。

(2) 正文。一般采用分类解析的形式论述此类题型的解法，选题应注意它的全面性、完整性，不要重复和遗漏某些问题，而且对问题要进行深刻的剖析。

(3) 结尾。对该热点的解法作一个简短的概括和总结。

案例

关于高考数学创新型试题的几个特点

赵思林

(四川省内江师范学院数学与信息科学学院 641112)

高校要选拔具有创新潜质的人才，高考数学必须重视对学生创新意识的考查，因此，设计创新型试题是选拔高素质创新人才的必然要求。高考数学创新型试题是指从测量考生的发展性学力和创造性学力着手突出能力考查的新颖问题[1]。这里的新颖主要指命题的立意新、试题的背景新、问题的情境新、设问的方式新等。创新型试题是考查学生创新意识最好的题型之一，它对考查学生的阅读理解能力、知识迁移能力、类比猜想能力、数学探究能力、数学创新意识等有良好的作用。近几年来，在全国及各省市的各套高考数学试卷中出现了一些创新型试题，这些试题具有立意的鲜明性、背景的深刻性、情境的新颖性、设问的灵活性等特点。认真研究创新型试题的特点，可以揣摩命题教师的设计意图，深刻领会"能力立意"的命题指导思想，对搞好高中数学教学和复习备考是有益的。本文拟对高考数学创新型试题的特点作初步分析，供大家参考。

1 立意的鲜明性

立意是试题的考查目的。高考命题一般以立意为中心，以能力立意命题，就是首先确定试题在能力方面的考查目的，然后根据能

力考查的要求，选择适当的考查内容，设计恰当的设问方式。高考数学创新型试题根据以能力立意命题的指导思想，把具有发展能力价值，富有发展潜力，再生性强的能力、方法和知识作为切入点，从测量考生的发展性学力和创造性学力着手突出能力考查[1]。能力立意的试题以基础知识、基本方法和数学思想为载体，它体现了考试的目的。试题立意的角度很多，如考查基础知识的灵活应用，考查数学思想方法，考查以数学思维能力为重点的五大能力，考查数学应用意识和探究意识等。

1.1　考查基础知识的灵活应用

高考数学试题重视“双基”的考查，这有利于高等学校选拔基础扎实的新生，有利于引领中学数学的素质教育。对“双基”的考查侧重于基础知识、基本思想方法的理解和应用，而不是简单的重现，特别注重知识应用的综合性、交汇性、灵活性和创造性，这类试题的知识源于教材，思维能力高于教材。

例1　(2006年全国卷Ⅰ理科第11题)用长度分别为2、3、4、5、6(单位:cm)的5根细棒围成一个三角形(允许连接，但不允许折断)，能够得到的三角形的最大面积为(　　).

(A) $8\sqrt{5}\,cm^2$　　(B) $6\sqrt{10}\,cm^2$

(C) $3\sqrt{55}\,cm^2$　　(D) $20cm^2$

对本题而言，没有一个现成的数学公式或定理可以作为解答本题的依据。要在短短的几分钟时间内计算出所有可以组成的三角形的面积是不现实的[1]。当联想到“算术平均数与几何平均数”时，不难知道，“和为定值的几个正数，当它们相等时其乘积最大”。由此我们不难感悟和猜想：对周长一定的三角形，边长越接近时面积越大。从而以2＋5、3＋4、6作为三角形的三边得到的三角形面积最大，计算这个等腰三角形的面积可知选B.本题体现了“多考点想，少考点算”的命题理念。

1.2　考查数学思想方法

简单地讲，高考是三考：考基础知识，考思想方法，考能力素质。

数学思想方法在探寻解题思路、优化解题方法、加深问题理解、洞察问题本质等方面有广泛的应用。因此,高考对数学思想方法的考查力度是很大的,在教学中应引起足够的重视。数学思想方法应在概念的形成、命题的发现、问题的探究、解题的分析等教学活动中着意渗透、自然揭示、灵活运用和总结提炼。

例 2 (2006 年辽宁卷理科第 11 题)已知函数

$$f(x)=\frac{1}{2}(\sin x+\cos x)-\frac{1}{2}\mid\sin x-\cos x\mid,$$

则 $f(x)$ 的值域是( )。

(A) $[-1, 1]$ (B) $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right]$

(C) $\left[-1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ (D) $\left[-1, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

分析 考虑用分类讨论思想去掉绝对值,得

$$f(x)=\begin{cases}\sin x\ (\sin x\leqslant\cos x),\\ \cos x\ (\sin x>\cos x)。\end{cases}$$

画出 $f(x)$的图象,观察可得 $y\in\left[-1,\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$,故选 C。

评注 本题若令 $\sin x+\cos x=t$,则 $y=\frac{1}{2}(t-\sqrt{2-t^2})$,$-\sqrt{2}\leqslant t\leqslant\sqrt{2}$。这样做下去,比较麻烦。从上面的分析可以看出,先用分类讨论思想将函数式化简,再用数形结合的思想直接看出值域,运算量小,问题简洁。因此,应提倡用数学思想解题。

1.3 考查以数学思维能力为重点的五大能力

《2008 年普通高等学校招生全国统一考试大纲(理科)》的数学科部分规定,数学科考试着重考查五大能力:思维能力、运算能力、空间想象能力、实践能力和创新意识。这里的第五个能力提的是创新意识而不是创新能力,我们理解创新能力对中学生要求是偏高了,创新意识是创新能力的基础,在中学提创新意识更符合我国现

阶段中学实施素质教育的需要与实际。在五大能力中以思维能力为考查重点。高考数学创新型试题没有固定的模式，难有现成的方法和套路，思维水平要求高，思维容量大，运算量较小，能有效考查考生的思维水平和创造意识，分析和解答这样的试题需要有较高的能力与素质，依靠“死记硬背”、“题海战术”和“强化训练”难以奏效。

创新型试题一般同时考查多种数学能力。以例 1 来说，该题考查了考生的思维能力、运算能力、实践能力和创新意识，占五大能力的 80%。该题对思维能力进行了全面考查，既考查了观察、联想、猜想、估算等直觉思维能力，又考查了构成三角形的充要条件、面积公式的选择与应用等逻辑思维能力。考生通过对 5 根细棒的各种摆放和拼接的操作，实现了对实践能力考查的目标。本题提高了对分析问题和解决问题的能力要求，大大增加了思考量，由于面积最大的是等腰三角形，从而计算量得到了较好的控制。

1.4　考查应用意识和探究意识

“坚持数学应用，考查应用意识”是从 1993 年以来一贯坚持的命题方针。试卷突出新增加的概率、导数等知识的应用性，反映出中学课程新增加的数学内容在解决实际问题中的重要作用[1]。研究型、探索型、开放型试题是创新型试题的基本题型，有利于测试考生的能力与素质，有利于考查考生的探究精神。因此，“开放探索，考查探究精神，开拓展现创新意识的空间”在近年的高考试题中常有体现。用知识归类、套路总结、强化训练等传统教学方法难以解决高考中不断出现的新颖试题，应对研究型、探索型、开放型等创新型试题的最好办法是让学生进行研究性学习，要让学生在新课学习和复习课中经历数学探究的过程，这个过程应该包括学生自己主动地观察数学现象、分析数学材料、提出数学问题、探究数学规律、猜想数学命题、寻找解题思路等。前面的例 1 既考查了应用意识，又考查了探究精神，此题的确是一道不可多得的创新型试题。

2　背景的深刻性

2.1　高等数学背景

高等数学的一些基本思想、基本概念、基本方法为设计创新型试题提供了深刻的背景，这是因为高等数学的基本思想和方法是考查学生进一步学习潜能的良好素材，另外需要注意到，命题者大多数是大学教师，他们在命题时会受到自身学术兴趣和研究背景的影响。高考创新型试题一般都有比较深刻的高等数学背景，这类题目形式新颖，在课本例习题、复习资料和模拟试题中难以找到。解答这类题目没有现成方法可借鉴，会使一些考生感到难以入手，从而使该类题目有很好的区分度，这类试题有利于检测考生进入高等学校进一步学习的潜能，因此，命题教师都十分青睐含有高等数学背景的试题.如前面的例1就有高等数学中等周问题的背景。需要指出的是，不宜提倡将高等数学的一些定理和背景知识作为教学的补充内容，因为这样做既会加重学生学习的负担，也与高考考查创新型试题的初衷相悖。

2.2　新课程改革背景

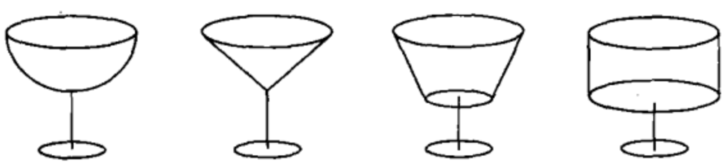
最近几年，一些创新型试题的基本走向是坚持新课程改革的方向，充分体现2003年4月教育部颁布的《普通高中数学课程标准(实验)》(以下简称《标准》)的精神，出现了不少以新课程改革为背景的新题好题。如2008年全国卷Ⅰ理科的第10题涉及选修4-5“不等式选讲”中的柯西不等式的背景；全国卷Ⅱ理科的第16题涉及选修1-2“推理与证明”中的类比推理；北京卷理科第14题涉及选修3-2“信息安全与密码”的数论函数(高斯函数)、选修4-3“数列与差分”的差分方程组；重庆卷理科的第22题和湖北卷理科的第15题都有选修1-2“推理与证明”中的归纳推理(猜想)的背景；湖南卷理科的第10题涉及“新定义”的自主学习与主动探究；江西卷理科的第16题也涉及主动探究；陕西卷理科的第12题涉及到选修3-2的信息安全与密码等等。这些试题的背景新颖、视角独特，体现了新课程理念。当然，课改实验区的试卷如广东卷、海南(宁夏)卷、江苏卷

等更加充分地体现了新课程改革的精神，值得研究。因此，高中数学教师应认真学习《标准》，研究《标准》，积极参与数学课程改革。

2.3　实际生活背景

应用题是对考生"综合实力"的考查，是考查能力与素质的良好题型，近几年应用题的编拟更加重视语言简洁、准确，背景清新、贴近学生，模型具体、简明，方法熟悉、简便，所涉及的都是数学基本内容、思想和方法，摒弃繁琐的数学运算，突出了对数学思想、方法和实践能力的考查[1]。

例 3　(2007 年江西卷理科第 8 题)四位好朋友在一次聚会上，他们按照各自的爱好选择了形状不同、内空高度相等、杯口半径相等的圆口酒杯，如图所示。盛满酒后他们约定：先各自饮杯中酒的一半。设剩余酒的高度从左到右依次为 h_1、h_2、h_3、h_4，则它们的大小关系正确的是(　　)。



(A) $h_2 > h_1 > h_4$　　(B) $h_1 > h_2 > h_3$

(C) $h_3 > h_2 > h_4$　　(D) $h_2 > h_4 > h_1$

本题背景鲜活，颇有生活气息。命题者大胆将四种旋转体集在一起，与日常生活中的酒杯联系起来，巧妙设问，主要考查几何体的体积与高度的关系，考查空间想象能力及直觉思维能力。通过观察，进行直觉思维，可以摆脱解题常规和思维定势的束缚，从而对问题作出迅速、准确的直觉判断。因为各酒杯杯口半径相等，即上底面积相等，内空高度相等，且饮去上部一半，故下部越细，剩余酒高度越高，所以有 $h_2 > h_1 > h_4$．故选 A。

3　情境的新颖性

《辞海》将"情境"解释为"一个人在进行某种行动时所处的特定背景。"情境是实现立意的材料和介质。情境与问题相伴，问题是情

境的焦点,情境因问题而存在。问题既是考查的内容也是考查的手段。情境的新颖性是高考数学创新型试题的一个共同特点。情境新颖的试题,对广大考生来讲是全新的、公平的,靠“解题套路”和“题海战术”是难以奏效的。在高考中,考生对付情境新颖的试题,一般需要具有自主学习的能力。学习能力是指学生阅读并理解数学新知识的能力,这里的新知识可以是新的概念、新的定理、新的方法、新的公式、新的规则等。学习能力还包括会搜集、提炼、加工信息,对阅读的内容进行概括和理解,看清问题的本质,然后运用新的知识通过分析、演算、归纳、猜想、类比或论证等方法解决一些新的数学问题。

例 4 (2008 年福建卷理科第 16 题)设 P 是一个数集,且至少含有两个数,若对任意 $a,b\in P$,都有 $a+b,a-b,ab,\frac{a}{b}\in P$(除数 $b\neq 0$),则称 P 是一个数域. 例如有理数集 $\mathbf{Q}$ 是数域;数集 $F=\left\{a+b\sqrt{2}\,\middle|\,a,b\in\mathbf{Q}\right\}$ 也是数域,有下列命题:

① 整数集是数域;

② 若有理数集 $\mathbf{Q}\subseteq M$,则数集 M 必为数域;

③ 数域必为无限集;

④ 存在无穷多个数域。

其中正确的命题的序号是________。(把你认为正确的命题的序号填上)

分析 对于整数集 $\mathbf{Z}$, $a=1,b=2$ 时,$\frac{a}{b}=\frac{1}{2}\notin\mathbf{Z}$,故①错;对于满足 $\mathbf{Q}\subseteq M$ 的集合 $M=\mathbf{Q}\cup\{\sqrt{2}\}$,$1+\sqrt{2}\notin M$ 不是数域,② 错;若 P 是数域,则存在 $a\in P$ 且 $a\neq 0$,依定义,$2a,3a,4a,\cdots$ 均是 P 中元素,故 P 中有无数多个元素,③ 正确;类似的,数集 $G=\left\{a+bx\,\middle|\,a,b\in\mathbf{Q},\ x \text{ 为无理数}\right\}$ 也是数域,④ 正确. 故选 ③、④。

本题情境新颖、背景深刻、设计独特,具有很强的抽象性和发散

性。从试题的情境来看，本题以中学数学中实数的四则运算、整数集、有理数集、无限集等概念为素材，以近世代数中群、环、域的定义为背景，经过精心设计和包装，以“数域”的形式出现，展示给学生的是一个全新的问题，试题具有较大的思维空间，考查了学生阅读理解能力、抽象与具体转化能力，用到了构造法和反例思想方法。从试题的解答来看，直接以“数域”的定义为背景的试题在各种复习资料和模拟试题中从未见过，解决这个问题没有现成的思路和方法，需要学生阅读理解“数域”的定义，综合运用多种数学思想方法，分别检查所给答案是否同时满足“数域”定义的四个条件（满足需证明，不满足需举反例），才能解决问题。这类以高等数学知识为背景的问题，能有效考查学生进一步学习的潜质，已成为高考试题的一大亮点和热点，值得注意。

4　设问的灵活性

设问是试题的呈现形式。高考数学解答题的设问一般都比较灵活巧妙，解答题一般是两问或三问，问与问之间相互衔接，一般说来，前问对后问有启发作用，后问对前问有依赖作用，巧妙设问往往暗含命题教师很深的设计意图，值得注意。

例 5　（2007 年四川卷理科第 22 题）设函数 $f(x)=\left(1+\frac{1}{n}\right)^{x}$（$n\in\mathbf{N}^{+}$，且 $n>1$，$x\in\mathbf{R}$）.

（Ⅰ）当 $x=6$ 时，求 $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{x}$ 的展开式中二项式系数最大的项；

（Ⅱ）对任意的实数 x，证明：$\frac{f(2x)+f(2)}{2}>f'(x)$（$f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数）；

（Ⅲ）是否存在 $a\in\mathbf{N}$，使得 $an<\sum_{k=1}^{n}\left(1+\frac{1}{k}\right)^{k}<(a+1)n$ 恒成立？若存在，试证明你的结论，并求出 a 的值；若不存在，请说明理由。

本题作为压轴题，三个小题的层次分明，能力层次和个性品质要求按低、中、高呈阶梯上升，(Ⅰ)考运算能力，(Ⅱ)考逻辑推理能力，(Ⅲ)考思维能力、探究精神和创新意识，这样设计能有效区分各种能力层次考生的水平。第(Ⅰ)问设计体现了高考的人文关怀，可能既有送分的意图，又有为第(Ⅱ)、(Ⅲ)问提示解题思路的深意。第(Ⅱ)问的入口宽、解法多，考查了学生思维的广阔性、灵活性、敏捷性。第(Ⅲ)问考查了数学探究意识，考查了学生思维的深刻性、探究性、创造性，第(Ⅲ)问有较高的难度和很好的区分度，真正起到了压轴的作用，很多优秀学生也感到无从下手，这表明学生数学探究意识需要提高，其实第(Ⅲ)问并不太难，可采用先赋值探索结论然后证明的方法予以解答。

高考数学创新型试题是融知识、方法、思想、能力于一体的新颖问题。在针对创新型试题作应考准备时，不宜再走“重题型套路训练，轻创新意识培养”的老路，而应在新课教学和复习备考时，加大培养学生创新意识的力度，可选择近几年出现的一些典型的创新型试题，开展研究性教学，让学生认识其特点，把握其规律，这样就能增强学生的创新意识，提高学生解答创新型试题的能力和素质。总之，认真分析创新型试题的特点，对搞好高中数学教学和复习备考是有益的。

参考文献：

教育部考试中心. 2008年普通高等学校招生全国统一考试大纲的说明(理科)[M]. 北京：高等教育出版社，2008.

(此文发表于《数学通报》2009年第4期50—53页)

参考文献

1. 教育部高等教育司、北京市教育委员会(编).《高等学校毕业设计(论文)指导手册》[M].高等教育出版社、经济日报出版社,2001
2. 教育部高等教育司、北京市教育委员会(编).《高等学校毕业设计(论文)指导手册》[M].高等教育出版社、经济日报出版社,2001
3. 袁保金.在数学教学中培养学生的逆向思维能力[J].高中数学教与学,2007(1)
4. 李士奇,李俊.数学教育个案学习[M].华东师范大学出版,1993
5. 尹才忠.《毕业论文写作指南》[M].西南交通大学出版社,1995
6. 欧阳周、汪振华、刘道德.《毕业论文和毕业设计说明书写作指南》[M].中南工业大学出版社,1996
7. 王嘉陵.《毕业论文写作与答辩》[M].四川大学出版社,2003
8. 董华等.《大学毕业论文写作指导》[M].中国社会科学出版社,2000
9. 姜辉.数学教师的数学情感教学研究[D].华东师范大学出版社,2006
10. 邹少兰.实施高中数学新课程的现状调查[D].扬州大学出版社,2007
11. 霍小琴.新课程背景下有效学习方式的个案研究[D].西南大学出版社,2007
12. 谢春风,时俊卿.《新课程下的教育研究方法与策略》[M].首都师范大学,2004
13. 祝禧,许新梅.个案研究全员受益[J].中小学管理,2001
14. 赵思林.关于高考数学创新型试题的几个特点[J].数学通报,2009(4),50—53
15. 涂荣豹.数学解题中的有意义学习[J].数学教育学报,2001(4)
16. 罗增儒.数学解题学引论[M].陕西师范大学出版社,2001
17. 李俊,韩龙淑.从一道改错题的反思窥数学思维品质的培养[J].中学数学

教学参考,2001(12)

18. 张雄,李得虎.数学方法论与解题研究[M].高等教育教育出版社,2003

19. 李兴贵等.《新课程数学阅读教学新论》[M].四川大学出版社,2006

[General Information]
书名=数学教育课题研究及论文撰写指导
作者=李兴贵主编
页数=205
出版社=华东师范大学出版社
出版日期=2009.10
SS号=12354586
DX号=000006809522
url=http://book2.duxiu.com/bookDetail.jsp?dxNumber=000006809522&d=E4E3167EE9B93E56E81F5D2F3BEFF2DC&fenlei=0705180406&sw=%CA%FD%D1%A7%BD%CC%D3%FD%BF%CE%CC%E2%D1%D0%BE%BF%BC%B0%C2%DB%CE%C4%D7%AB%D0%B4%D6%B8%B5%BC